年　　　組　　　番　　氏名

A 位置と変位

1. 位置ベクトル

・物体の〔　　位置　　〕は，座標で表すことができる。

・原点 O から矢印を引いて 点P の位置を表す。

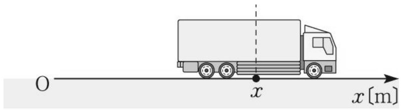
この矢印を〔　位置ベクトル　〕という。

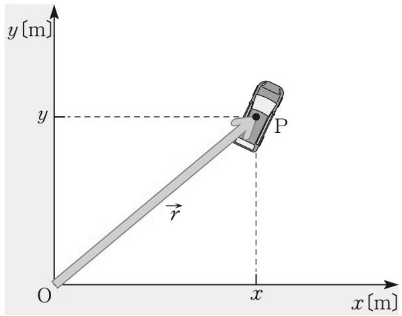
　物体の位置を，原点から見たときの向きと距離で示す。

・位置ベクトルを $\vec{r}$ と書くと，

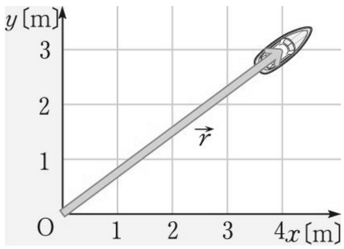
　　$\vec{r}$ が向きと大きさを持つ量

　　r は距離のみを表す量





問1　図中の船の位置 (x , y) を表せ。また船の位置を表す位置ベクトルの大きさ r を求めよ。



位置(x , y)は，位置ベクトルの終点の座標から

$\vec{r}$=(4 m ， 3 m)

また，位置ベクトルの大きさは，三平方の定理から，

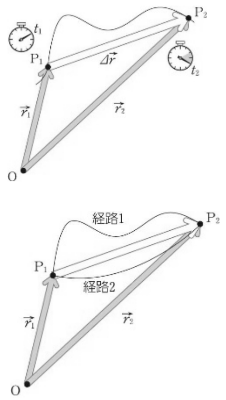
$r=\sqrt{(4\ \mathrm{m})^2+(3\ \mathrm{m})^2}=5\ \mathrm{m}$

(4 m ， 3 m)，r= 5 m

Memo

年 組 番 氏名

2. 変位



・移動した物体の 初めの位置 から 終わり位置に向かって引いた矢印は，物体の位置の変化を表している。

これを〔 変位（変位ベクトル） 〕といい， 位置が変化した向きと変化の大きさを表す。

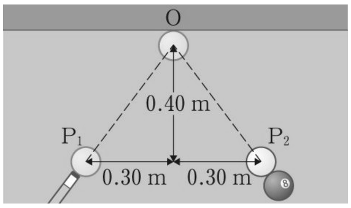
・変位と位置ベクトルの関係は

$\Delta\vec{r}=\vec{r_2}-\vec{r_1}$

で表される。

・変位は途中の経路に関係しない。

問2　白球が点 P_1 から点 O を経由して，点 P_2 まで移動したとき，移動距離，変位の大きさをそれぞれ求めよ。



移動距離は，白球が実際に移動した距離(経路に沿った距離)だから，

移動距離 = $P_1O + OP_2$

三平方の定理を用いて，

$$\sqrt{(0.30\text{m})^2+(0.40\text{ m})^2}+\sqrt{(0.30\text{m})^2+(0.40\text{ m})^2}$$

$$=1.00\text{ m}$$

一方，変位は，初めの位置P_1から終わりの位置P_2に向かって引いた矢印で表されるから，その大きさは

$P_1P_2 = 0.30\text{ m} + 0.30\text{ m} = 0.60\text{ m}$

移動距離：1.00 m，変位の大きさ：0.60 m

座標とベクトルの成分

・変位のように，大きさと向きのある量を〔 ベクトル 〕という。

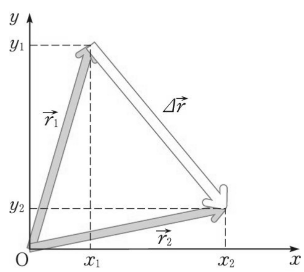
・ベクトルの和と差を求めるには，作図で求める方法と成分で求める方法がある。

成分で求める方法

・位置ベクトルの始点を原点とすると，終点の座標がx成分，y成分を表す。

$\vec{r_1}=(x_1,\ y_1)$，$\vec{r_2}=(x_2,\ y_2)$

・変位は位置ベクトルの差であるから， $\Delta\vec{r}=(\Delta x,\ \Delta y)=(x_2-x_1,\ y_2-y_1)$



・変位の大きさ Δr は三平方の定理から， $\Delta r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

・変位は，初めの位置$(x_1,\ y_1)$と終わりの位置$(x_2,\ y_2)$のみから求めることができる。
途中の経路には関係しない。

年　　組　　番　氏名

3. 速度

・ある時間に物体が P_1 から P_2 へ移動するとき，単位時間あたりの変位を，この間の〔　平均の速度　〕という。

・平均の速度もベクトルであり，経過時間 Δt（$=t_2-t_1$）の間の変位が $\Delta\vec{r}$（$=\vec{r_2}-\vec{r_1}$）であるので，

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\vec{r_2}-\vec{r_1}}{t_2-t_1}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

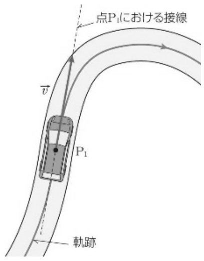
・$\bar{\vec{v}}$ の大きさ $|\bar{\vec{v}}|$ は $\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$ に等しく，$\bar{\vec{v}}$ の向きは $\Delta\vec{r}$ の向きと一致する。

・t_2 を t_1 に近づけて Δt を限りなく 0 に近づけると，P_2 は P_1 に近づくので，式(1)は P_1 を通過する時刻の〔　瞬間の速度　〕を表す。

・$\vec{v}$ は物体がその瞬間に，どの向きにどんな速さで進んでいるかを表し，$\vec{v}$ の大きさ v を〔　瞬間の速さ　〕という。

・一般に，速度や速さといえば，瞬間の速度や瞬間の速さ　を表す

・速度の方向は，その時刻における物体の位置で，軌跡に引いた〔　接線　〕の方向と一致する。



速度(瞬間の速度)

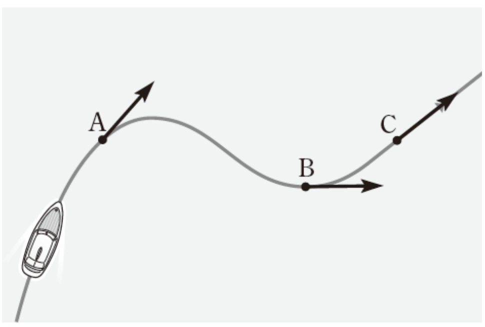
速度　$\vec{v}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

速さ　$v=|\vec{v}|=\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$

速度の方向：軌跡の接線方向

$\vec{v}$	速度
$\Delta\vec{r}$	変位
Δt	経過時間
v	速さ

問 1　船が右の図の➡に沿って運動するとき，図中のそれぞれの点 A，B，C を通過する瞬間の速度の向きを図中に矢印で示せ。



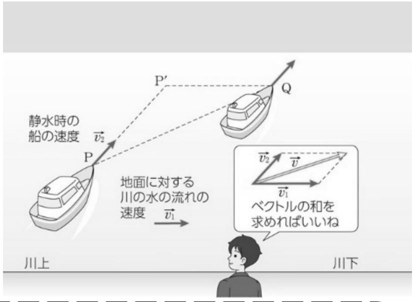
年　　組　　番　氏名

B　速度の合成と分解

1．速度の合成

・地面に対する船の速度 $\vec{v}$ は，速度 $\overrightarrow{v_1}$，$\overrightarrow{v_2}$の和となる。速度 $\vec{v}$ を $\overrightarrow{v_1}$，$\overrightarrow{v_2}$ との〔　合成速度　〕といい，合成速度を求めることを〔　速度の合成　〕という。

船は川の水によって流されるので，地面から見るとからに移動するように見える。



速度の合成

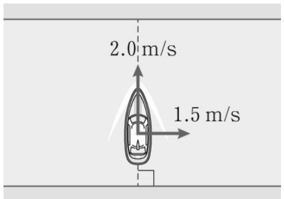
$\vec{v}$=〔　$\overrightarrow{v_1}+\overrightarrow{v_2}$　〕

v〔m/s〕　合成速度(地面に対する船の速度)

v_1〔m/s〕　地面に対する川の流れの速度

v_2〔m/s〕　静水時の船の速度

問４　流れのない水に対して 2.0 m/s の速さで進むことのできる船がある。この船を，地面に対して1.5 m/s の速さで流れる川で，選手を川の流れに垂直な方向に保ったまま進めた。このとき，川岸に対する船の速さはいくらか。



川岸に対する船の速さ vを v〔m/s〕とする。

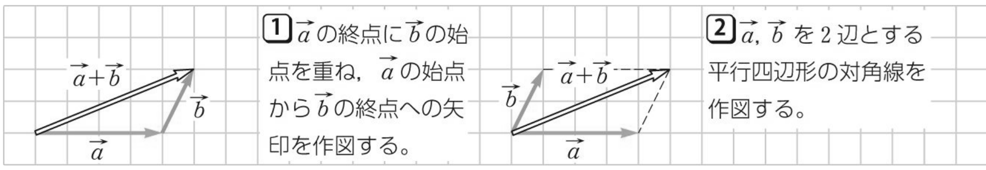
静水に対する船の速さと，川の流れの速さを合成して，

$v=\sqrt{(1.5\ \mathrm{m/s})^2+(2.0\ \mathrm{m/s})^2}=2.5\ \mathrm{m/s}$

2.5 m/s

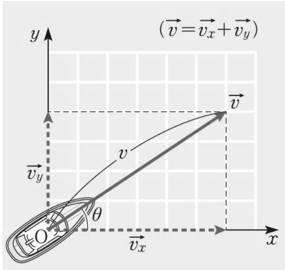
参考　**ベクトルの和（作図で求める方法）**

・ベクトルの和を求めるには，１，２の２通りの考え方がある。



年　　　組　　　番　　氏名

2. 速度の分解



▲ 図　速度の分解

・式(4)は，速度$\vec{v}$を速度を，$\vec{v_1}$，$\vec{v_2}$　に分けると考えることもできる。

・この見方を〔　　速度の分解　　〕といい，

分解された速度を〔　　分速度　　〕という

・速度を分解する場合，互いに垂直な２つの方向に分けることが多い。船の速度を互いに垂直な x 軸，y 軸方向へ分解し，それぞれの分速度を$\vec{v_x}$，$\vec{v_y}$とする。

・分速度 $\vec{v}_x$，$\vec{v}_y$ の大きさに座標軸の正負の向きを表す符号をつけたものを $\vec{v}$ の

〔　***x* 成分**　〕，〔　***y* 成分**　〕といい，それぞれ v_x，v_yとすると$v=(v_x,\ v_y)$ と表すことができる。

・$\vec{v}$の大きさ（速さ）を v_x，v_yと x 軸とのなす角を θ とすると，v_xやv_yとv との間には次の関係がある。

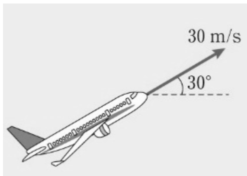
速度の分解

$$v_x = v\cos\theta \quad v_y = v\sin\theta$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

v_x	速度の x 成分
v_y	速度の y 成分
v	速さ
θ	$\vec{v}$ と x 軸のなす角

問5　飛行機が，水平から 30° 上へ一定の速さ 30 m/s で飛行している。図の水平方向では右向きを正，鉛直方向では上向きを正とする。



(1) 飛行機の速度の水平成分，鉛直成分を求めよ。

(2) 飛行機が，時間 6.0 s の間に上昇した高さを求めよ。

(1) 飛行機の速さをV〔m/s〕，速度の水平成分をv_x〔m/s〕，鉛直成分をv_y〔m/s〕とすると，

式(5)より

$v_x = V\ \cos 30° = 30\ \text{m/s} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25.9\cdots\ \text{m/s} \fallingdotseq 26\ \text{m/s}$

$v_y = V \sin 30° = 30\text{m/s} \times \frac{1}{2} = 15\ \text{m/s}$

水平成分：26 m/s，鉛直成分：15 m/s

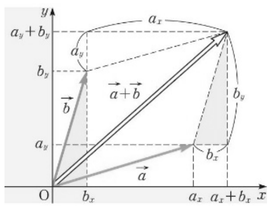
(2) 鉛直方向の変位は，

$v_y \times 6.0\text{s} = 15\ \text{m/s}\ \times 6.0\ \text{s} = 90\ \text{m}$

90 m

参考　**ベクトルの差（成分で求める方法）**

ベクトルの和と差はベクトルを x 軸，y 軸方向の成分に分解し，成分ごとに計算することもできる。



$\vec{a}$と$\vec{b}$ が $\vec{a}=(a_x,\ a_y)$，$\vec{b}=(b_x,\ b_y)$ であるとすると，

① ベクトルの和　$\vec{a}+\vec{b}=(a_x+b_x,\ a_y+b_y)$

② ベクトルの差　$\vec{a}-\vec{b}=(a_x-b_x,\ a_y-b_y)$

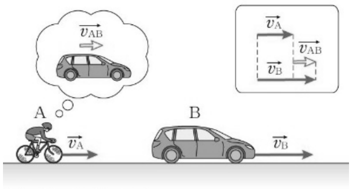
内容解説資料

年 組 番 氏名

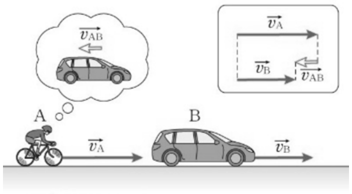
C 相対速度

1. 相対速度

・自転車に乗って地面に対して速度で進んでいる人 A から，速度で進む自動車 B を見る。

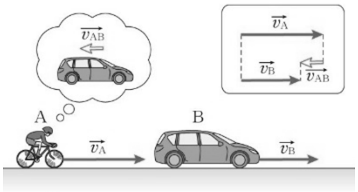


(a)BがAより速いとき

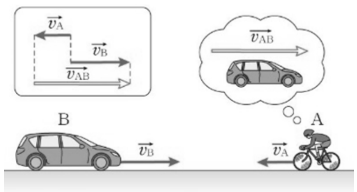


(b)BがAより遅いとき

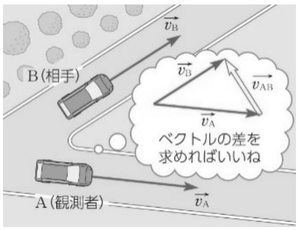
・ A の速度によって B が離れていくように見えたり，止まって見えたり，近づいてくるように見えたりする。



(b)BがAより遅いとき



(c)AがBと逆向きに動くとき



・観測者の運動状態によって，相手の運動の見え方に違いが生じ，地面に対する速度と異なる速度で見える。

・動く観測者 A から見た相手 B の速度をA に対する B の〔 相対速度 〕という。

・ A と B の速度の向きが直線状にない場合も成り立つ。

相対速度

$$\overrightarrow{v_{AB}} = \overrightarrow{v_B} - \overrightarrow{v_A}$$

$\overrightarrow{v_{AB}}$	〔m/s〕	A に対する B の相対速度
$\overrightarrow{v_A}$	〔m/s〕	地面(基準)に対する A の速度
$\overrightarrow{v_B}$	〔m/s〕	地面(基準)に対する B の速度

・観測者の運動状態により，物体の速度は異なって見えるため，物体の速度を表すときは，それがどのような運動をしている観測者から見たものであるかを明確にしなければならない。

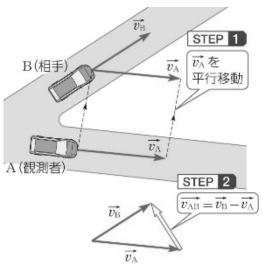
・ただし，特に断りがない場合，地面に静止した観測者から見たものとする。

参考 **相対速度の求め方**

① 作図による方法

STEP 1 速度ベクトルを平行移動させて始点を一致させる。

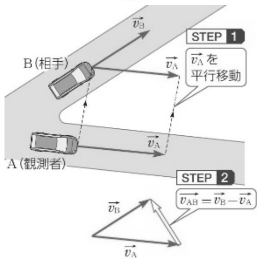
STEP 2 $\overrightarrow{v_A}$ の終点から $\overrightarrow{v_B}$ の終点への矢印を作図する。



② 成分による方法

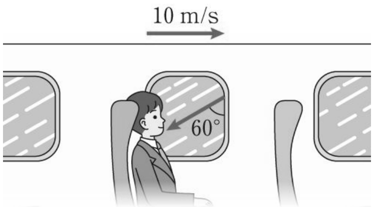
STEP 1 それぞれの速度を成分に分解する。 $\overrightarrow{v_A} = (v_{Ax},\ v_{Ay})$ $\overrightarrow{v_B} = (v_{Bx},\ v_{By})$

STEP 2 成分ごとに引き算する。 $\overrightarrow{v_{AB}} = (v_{Bx} - v_{Ax},\ v_{By} - v_{Ay})$



年　　組　　番　氏名

例題 1　車窓から見た雨粒の相対速度



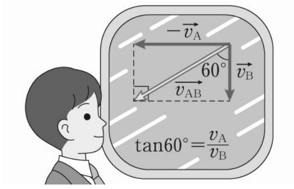
風がなく，雨粒が鉛直下向きに降っているとき，10 m/s の速さで水平に走っている電車の中から外を見たところ，雨粒が鉛直方向に対して 60° の角をなして前方から降ってくるように見えた。このとき，地上に対して雨粒が落下する速さは何 m/s か。

電車の速度を$\overrightarrow{v_A}$，雨粒の速度を$\overrightarrow{v_B}$とする。

電車に対する雨粒の相対速度を$\overrightarrow{v_{AB}}$とすると，

式(7)より，$\overrightarrow{v_{AB}} = \overrightarrow{v_B} - \overrightarrow{v_A}$ で，

図のような関係にある。



よって，雨粒が落下する速さv_B は，

$v_B = \frac{v_A}{\tan 60°} = \frac{10\ \mathrm{m/s}}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}}{3} \fallingdotseq$ **5.8 m/s**

類題 1

北から吹く風の中を自転車で東向きに 10 m/s の速さで走ると，風がちょうど北東から吹くように感じた。地面に対する風速は何 m/s か。

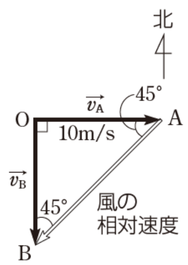
自転車の速度を $\overrightarrow{v_A}$〔m/s〕，風の速度を $\overrightarrow{v_B}$〔m/s〕とする。

自転車に対する風の相対速度は $\overrightarrow{v_B} - \overrightarrow{v_A}$〔m/s〕なので，図の $\overrightarrow{AB}$ である。

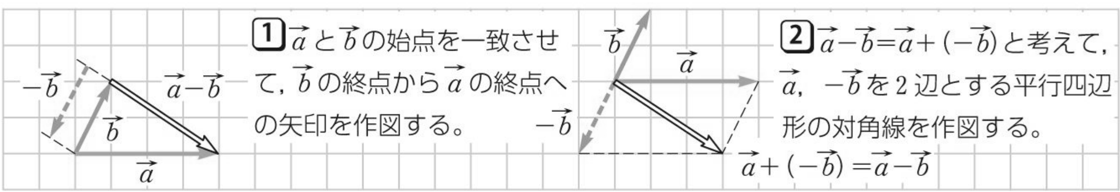
題意より，

△OABは直角二等辺三角形だから，

$|\overrightarrow{v_B}| = 10\ \mathrm{m/s}$



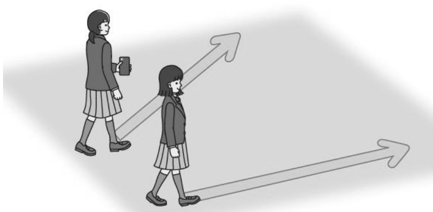
参考　相対速度の求め方



やってみよう　等速直線運動

① 歩きながら相手の運動を撮影しよう。

② 歩く速さや向きを変え，相手の運動の見え方がどう変化するか確認しよう。



年　　組　　番　氏名

D　加速度

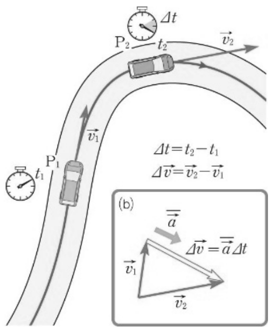
1．加速度

・物体が時刻 t_1 に点 P_1 を速度 $\vec{v}_1$ で通過し，時刻 t_2 に点 P_2 を速度 $\vec{v}_2$ で通過したとき，**単位時間あたりの速度変化**をこの間の〔　平均の加速度　〕という。

・経過時間を$\Delta t\ (= t_2 - t_1)$，速度の変化を$\Delta\vec{v}\ (= \vec{v}_2 - \vec{v}_1)$とすると，この間の平均の加速度 $\overline{\vec{a}}$ は次式で表される。

$$\overline{\vec{a}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

・平均の加速度 $\overline{\vec{a}}$ もベクトルであり，その向きは速度の変化 $\Delta\vec{v}$ の向きに一致する。



・ t_2 を t_1 に近づけて Δt を限りなく 0 に近づけると，P_2 は P_1 に近づくので，式(8) は P_1 を通過する時刻の〔　瞬間の加速度　〕 $\vec{a}$ を表す。

・ $\vec{a}$ は物体の速度が，その瞬間にどの向きにどんな割合で変化しているのかを表す。

・一般に，加速度と言えば，瞬間の加速度をさす。
　加速度の大きさ a は $a = |\vec{a}|$であり，加速度の向きは，その瞬間の〔　速度の変化の向き　〕である。

Memo

年　　組　　番　氏名

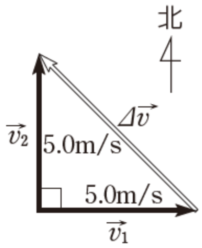
問6　東向きに5.0 m/s で進む船が，10 s 後に北向きに5.0 m/s となった。
この間の平均の加速度はどちら向きに何 m/s^2か。

東向きの速度を$\vec{v}_1$，北向きの速度を$\vec{v}_2$とすると，
図のように直角二等辺三角形であるから，
この間の速度の変化 $\Delta\vec{v}$ は北西の向き
で，その大きさは，

$$|\Delta\vec{v}| = 5.0 \times \sqrt{2}\ \mathrm{m/s}$$

平均の加速度 $\bar{\vec{a}}$ は，
単位時間あたりの速度の変化より，

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{5.0 \times \sqrt{2}\ \mathrm{m/s}}{10\ s} = 0.705\cdots m/s^2 \fallingdotseq 0.71\ \ \mathrm{m/s^2}$$



北向きに**0.71 m/s²**

【この節の振り返り】

●2つの船の相対速度は視線の方向となり，相手が自分へ〔　等速　〕で近づくように見える。

●雨傘は人に対する雨粒の〔　相対速度　〕の方向に向ける。日傘にその必要がないのは，歩く速度に比べて光速が非常に〔　大きい　〕ためである。

Memo