

▶ p. 10~17

## 1部 1章 物体の運動

### 第1節

# 平面内の運動

## 第1節

## 平面内の運動

風のない雨の日の雨粒は鉛直方向にまっすぐ落下する。しかし、傘を差して歩く人は、傘を斜めに傾けなければ身体がぬれてしまうのはなぜだろう。雨粒と歩行者のような、鉛直面内や水平面内での物体の運動の表し方について考えよう。

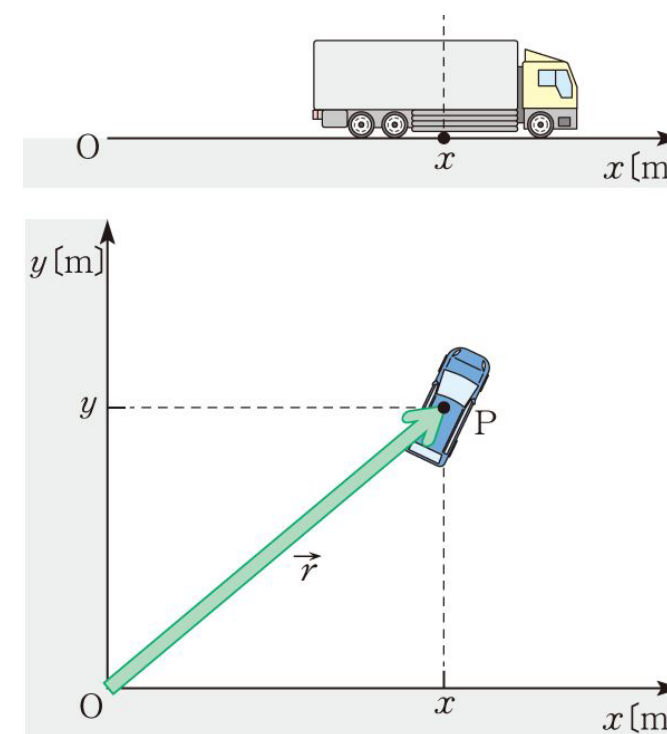
# 1 位置ベクトル

- ・ 物体の〔位置〕は，座標で表すことができる。

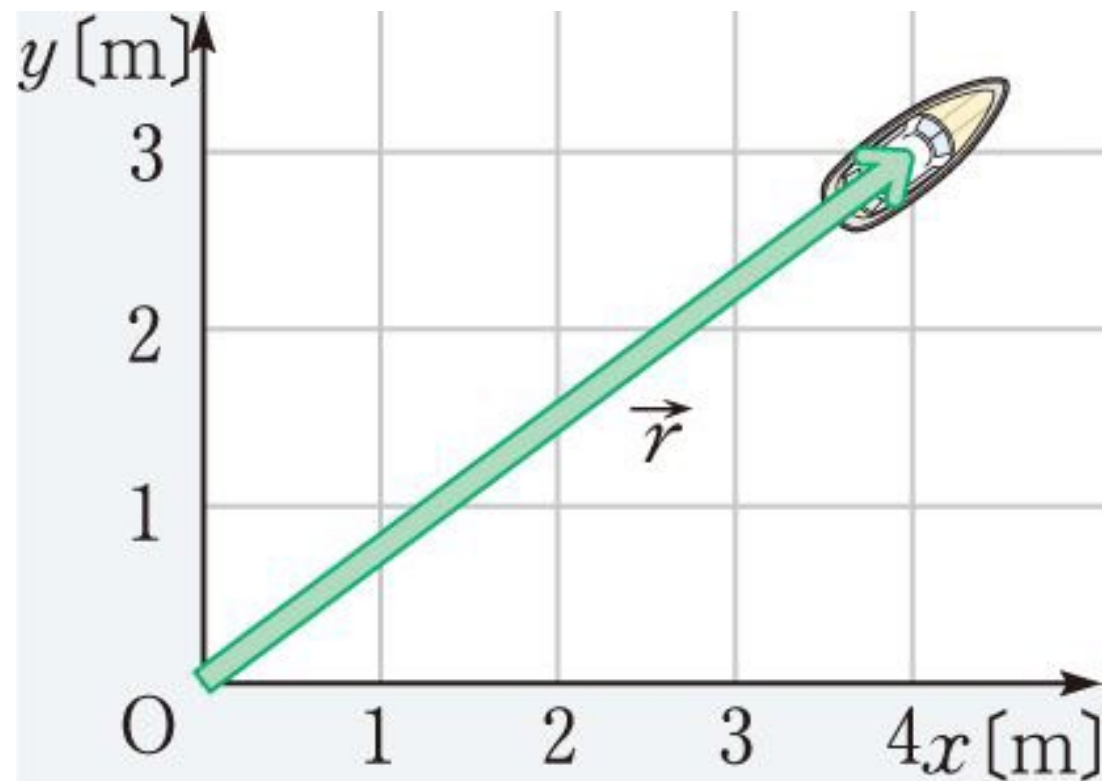
## 座標のとり方

- ・ 物体が直線上を運動するとき  
直線に沿って  $x$  軸をとる。 例： $x = 3 \text{ m}$
- ・ 物体が平面内を運動するとき  
平面内に  $x$  軸と  $y$  軸をとる。 例： $(x, y) = (3 \text{ m}, 2 \text{ m})$

- 原点  $O$  から矢印を引いて 点  $P$  の位置を表す。  
この矢印を〔位置ベクトル〕という。  
物体の位置を，原点から見たときの向きと距離で示す。
- 位置ベクトルを  $\vec{r}$  と書くと，  
 $\vec{r}$  が向きと大きさを持つ量  
 $r$  は距離のみを表す量



**問1** 図中の船の位置  $(x, y)$  を表せ。  
また船の位置を表す位置ベクトルの大きさ  $r$  を求めよ。



**解** 位置 $(x, y)$ は、位置ベクトルの終点の座標から


$$\vec{r} = (4 \text{ m}, 3 \text{ m})$$

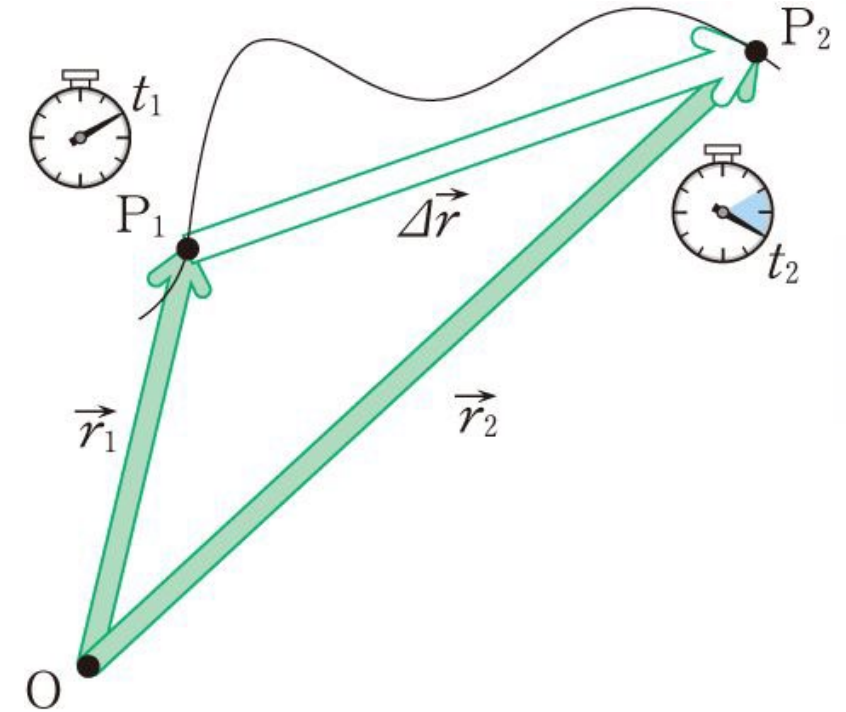
また、位置ベクトルの大きさは、三平方の定理から、

$$r = \sqrt{(4 \text{ m})^2 + (3 \text{ m})^2} = 5 \text{ m}$$

**答**  $(4 \text{ m}, 3 \text{ m}), r = 5 \text{ m}$

## 2 変位

- ・ 移動した物体の  
初めの位置 から 終わり位置  
に向かって引いた矢印 (  ) は、  
物体の位置の変化を表している。



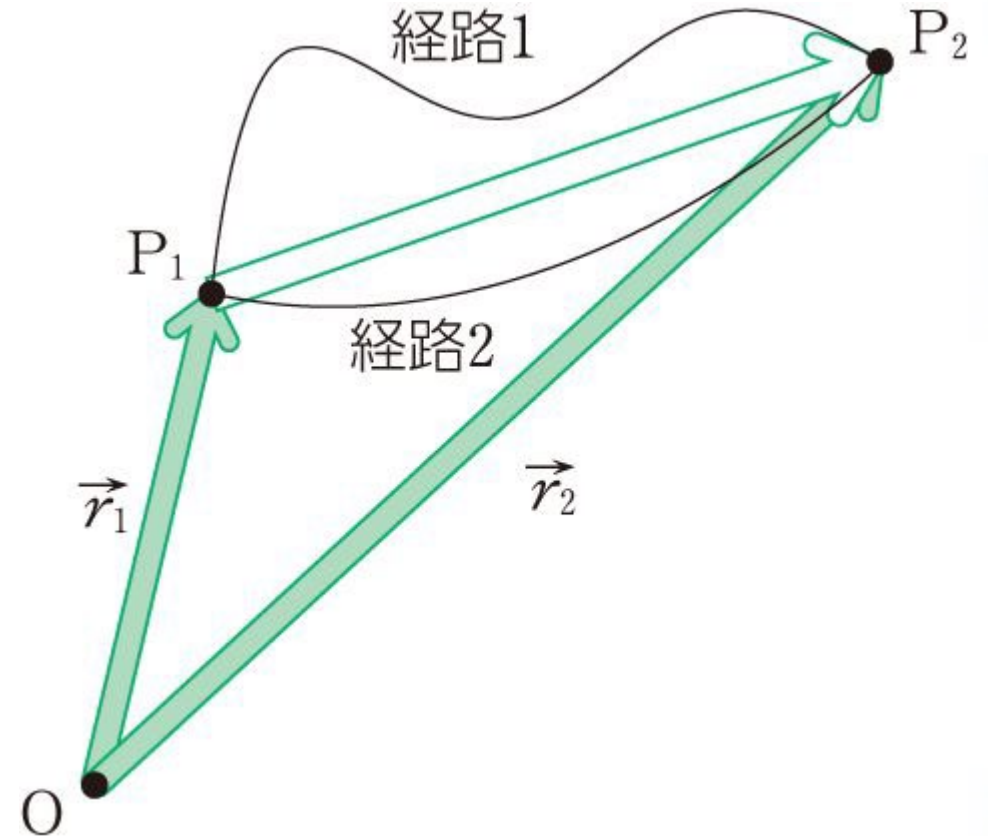
これを〔**変位 (変位ベクトル)**〕といい、  
位置が変化した向きと変化の大きさを表す。

- ・ 変位と位置ベクトルの関係は

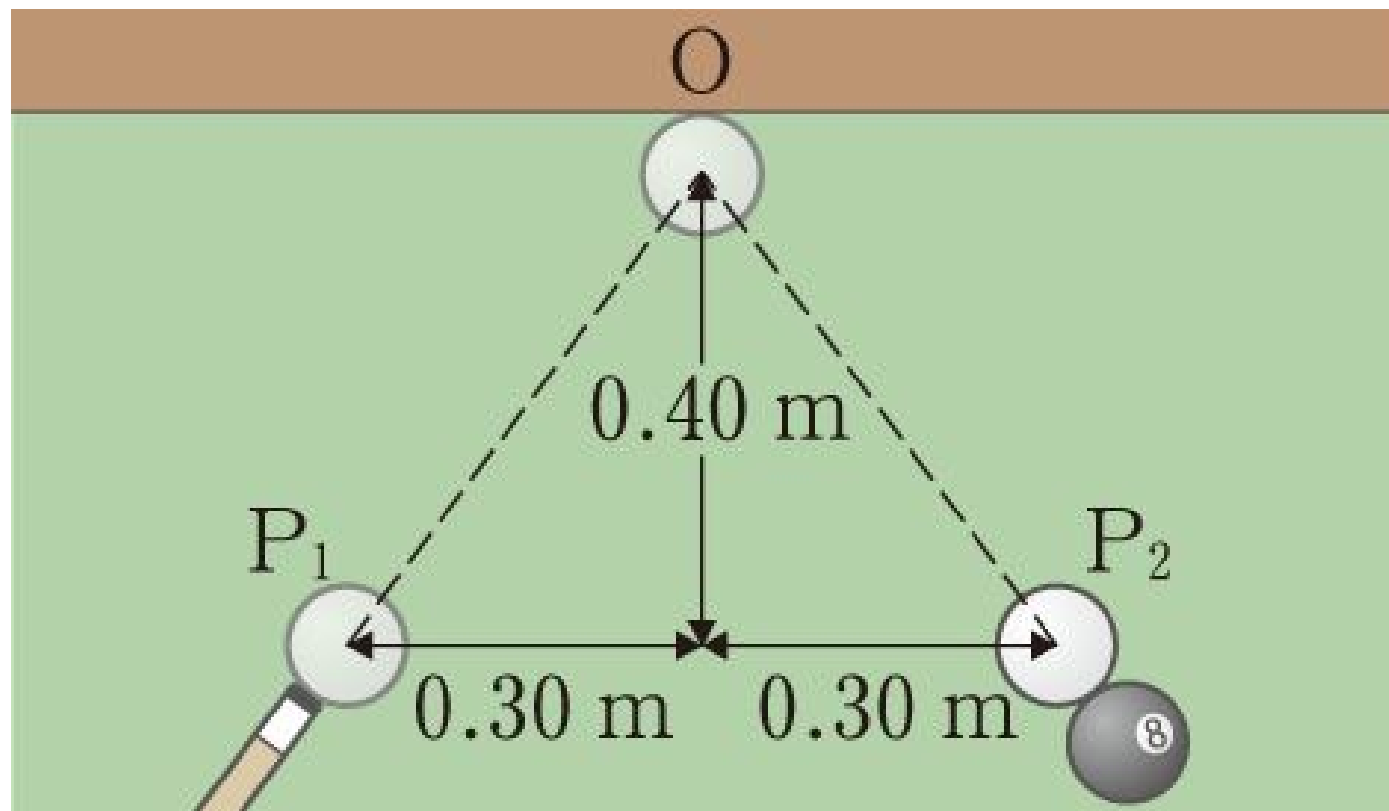
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

で表される。

- ・ 変位は途中の経路に関係しない。



**問 2** 白球が点  $P_1$  から点  $O$  を経由して、点  $P_2$  まで移動したとき、移動距離、変位の大きさをそれぞれ求めよ。



解

移動距離は、  
白球が実際に移動した距離(経路に沿った距離)だから、

$$\text{移動距離} = P_1O + OP_2$$

三平方の定理を用いて、

$$= \sqrt{(0.3 \text{ m})^2 + (0.40 \text{ m})^2} + \sqrt{(0.3 \text{ m})^2 + (0.40 \text{ m})^2}$$

$$= 1.00 \text{ m}$$

一方、変位は、初めの位置 $P_1$ から終わりの位置 $P_2$ に向かって引いた矢印で表されるから、その大きさは  
変位の大きさ $=P_1P_2 = 0.30 \text{ m} + 0.30 \text{ m} = 0.60 \text{ m}$

答

移動距離：1.00 m，変位の大きさ：0.60 m

## 座標とベクトルの成分

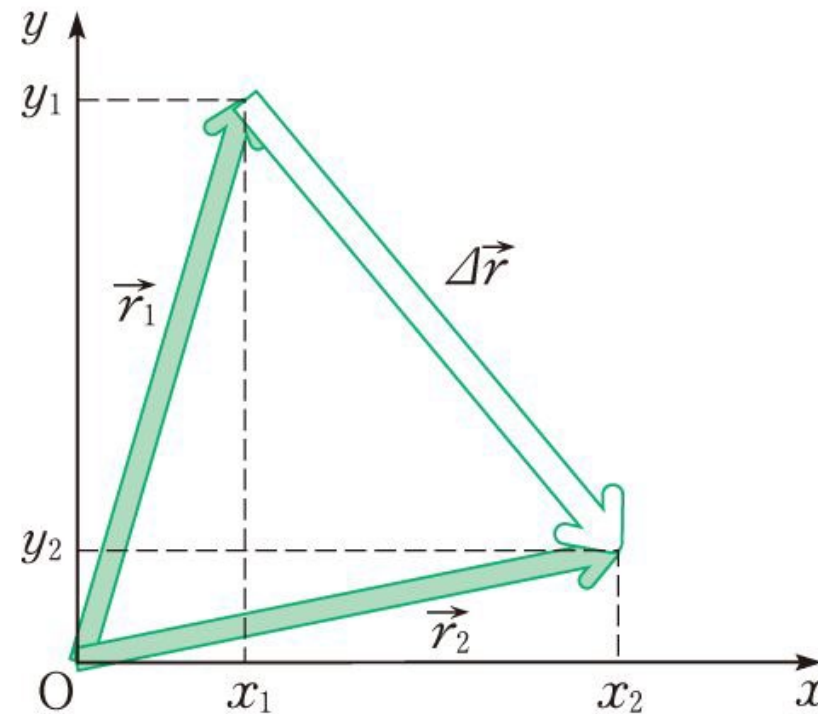
- ・変位のように，大きさと向きのある量を〔**ベクトル**〕という。
- ・ベクトルの和と差を求めるには，作図で求める方法と成分で求める方法がある。

## 成分で求める方法

- ・位置ベクトルの始点を原点とすると、  
終点の座標が  $x$  成分,  $y$  成分を表す。

$$\vec{r}_1 = (x_1, y_1), \quad \vec{r}_2 = (x_2, y_2)$$

- ・変位は位置ベクトルの差であるから,  
 $\Delta\vec{r} = (\Delta x, \Delta y) = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

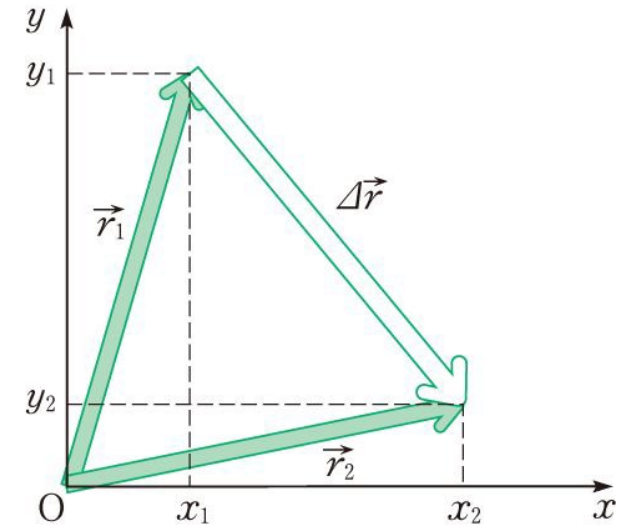


## A 位置と変位(p.10-12)

- 変位の大きさ  $\Delta r$  は三平方の定理から、

$$\Delta r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- 変位は、初めの位置  $(x_1, y_1)$  と終わりの位置  $(x_2, y_2)$  のみから求めることができる。  
途中の経路には関係しない。



### 3 速度

- ある時間に物体が  $P_1$  から  $P_2$  へ移動するとき、  
単位時間あたりの変位を、  
この間の〔**平均の速度**〕という。
- 平均の速度もベクトルであり、経過時間  $\Delta t (= t_2 - t_1)$  の  
変位が  $\Delta \vec{r} (= \vec{r}_2 - \vec{r}_1)$  であるので、

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (1)$$



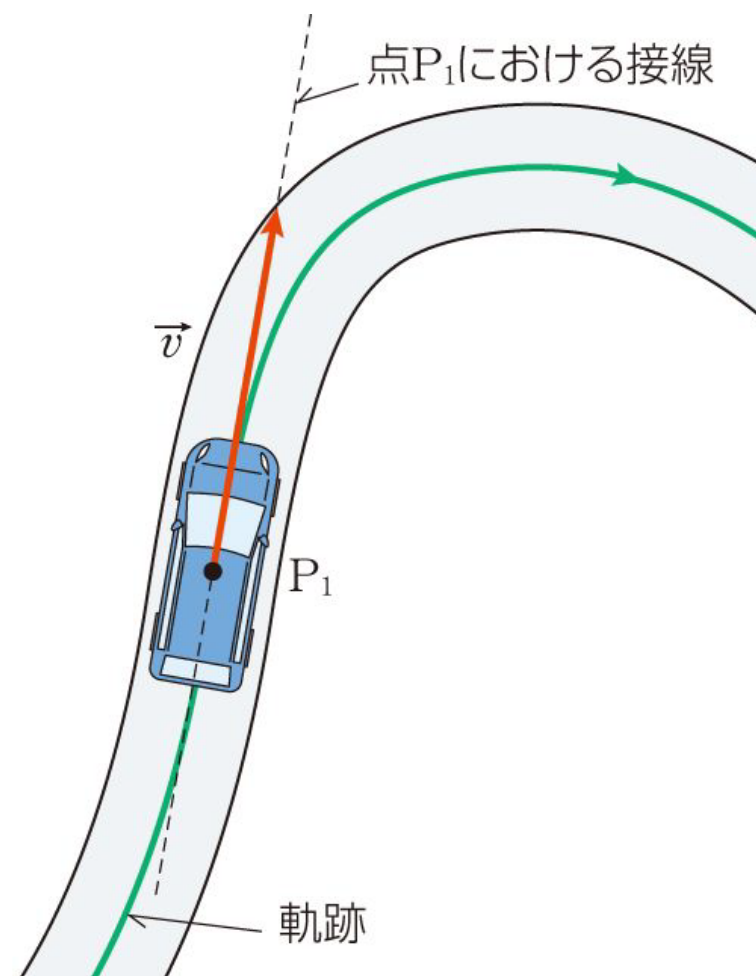
## 単位時間

- ・ 単位時間とは，1 秒間，1 分間，1 時間などである。
- ・ 何かの1の量を表すときに「単位〇〇あたり」という言葉を使う。

- $\vec{v}$  の大きさ  $|\vec{v}|$  は  $\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$  に等しく、  
 $\vec{v}$  の向きは  $\Delta\vec{r}$  の向きと一致。
- $t_2$  を  $t_1$  に近づけて  $\Delta t$  を限りなく 0 に近づけると、  
 $P_2$  は  $P_1$  に近づくので、式(1) は  $P_1$  を通過する時刻の  
〔**瞬間の速度**〕 を表す。
- $\vec{v}$  は物体がその瞬間に、どの向きにどんな速さで  
進んでいるかを表す。 $\vec{v}$  の大きさ  $v$  を 〔**瞬間の速さ**〕  
という。

- 一般に、速度や速さといえは、瞬間の速度や瞬間の速さを表す。

- 速度の方向は、その時刻における物体の位置で、軌跡に引いた〔接線〕の方向と一致



## 速度(瞬間の速度)

意味  $\Delta t$  を 0 に近づけた瞬間


$$\text{速度} \quad \vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (2)$$

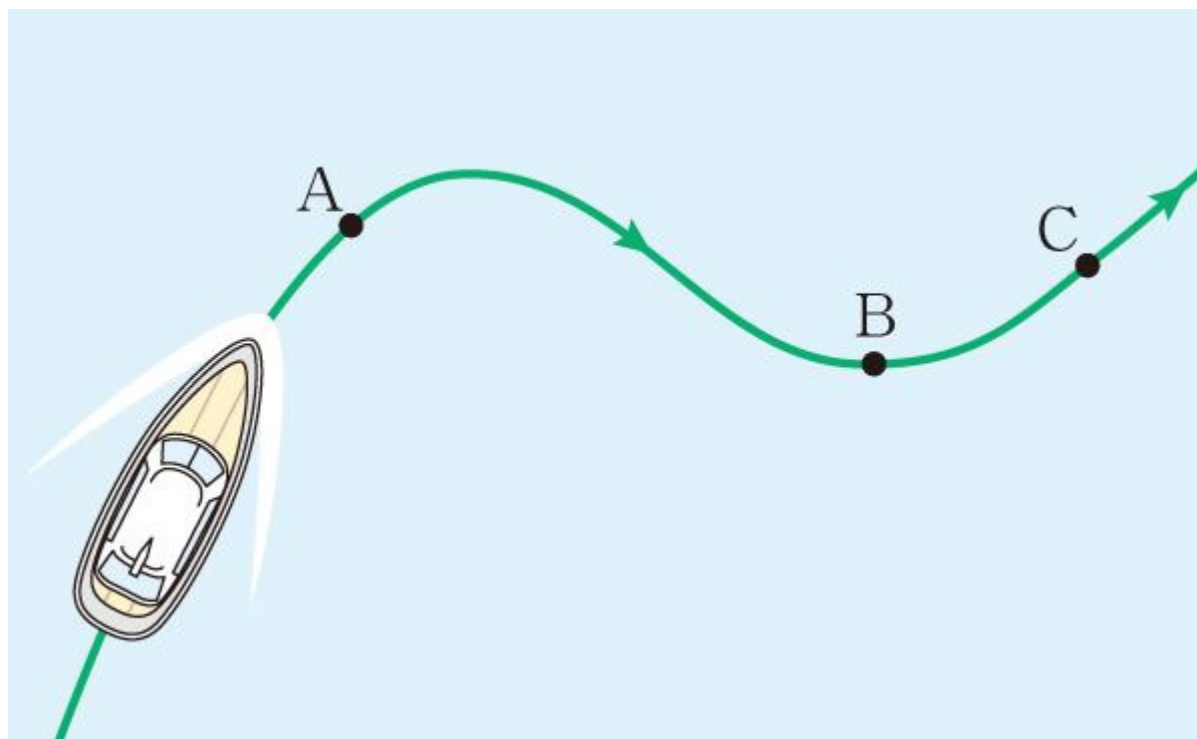
$$\text{速さ} \quad v = \left| \vec{v} \right| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \quad (3)$$

 $\vec{v}$  速度 $\Delta \vec{r}$  変位 $\Delta t$  経過時間 $v$  速さ

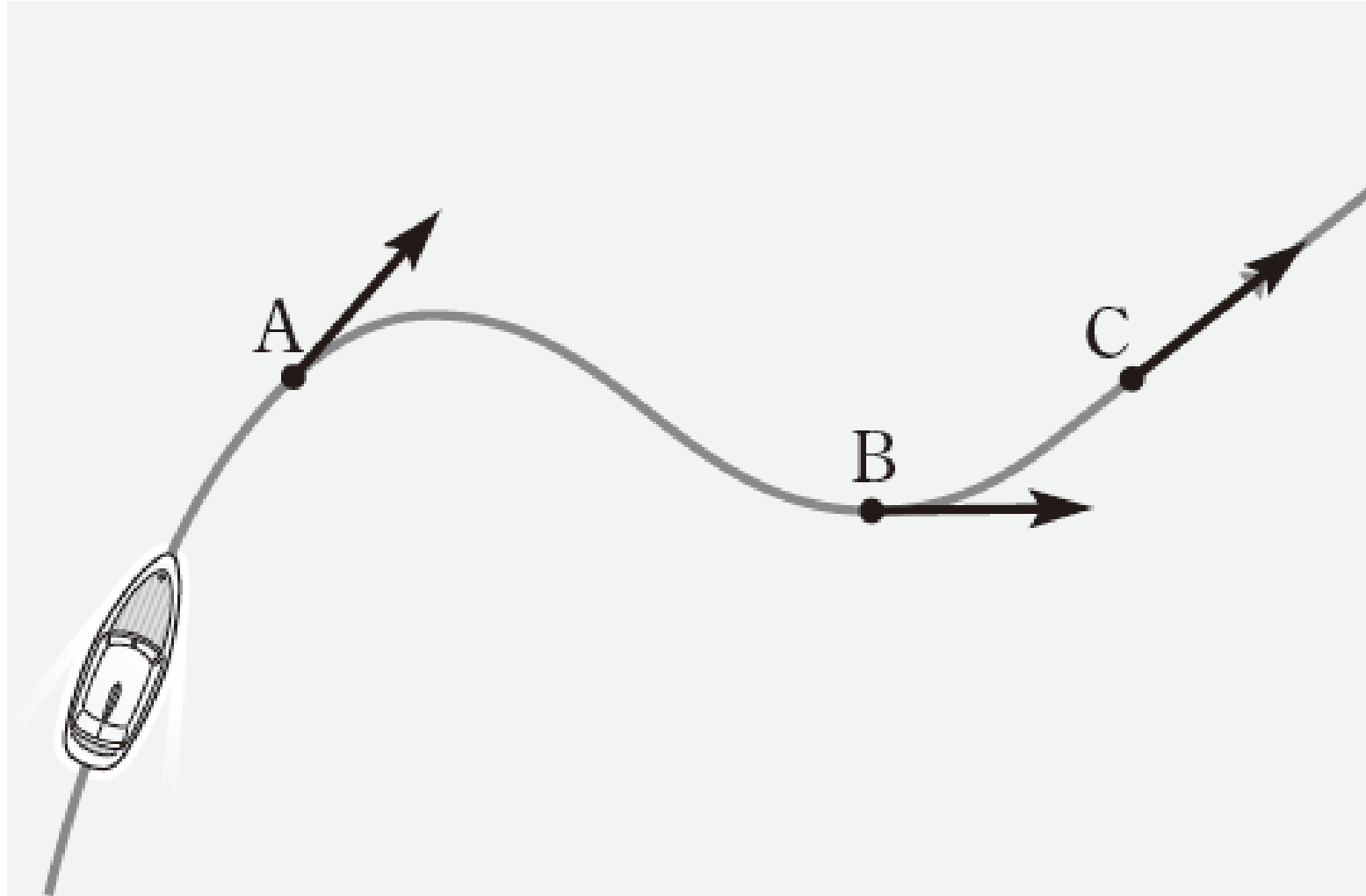
速度の方向：軌跡の接線方向

## 問3

船が図の  に沿って運動するとき、図中のそれぞれの点A, B, Cを通過する瞬間の速度の向きを図中に矢印で示せ。

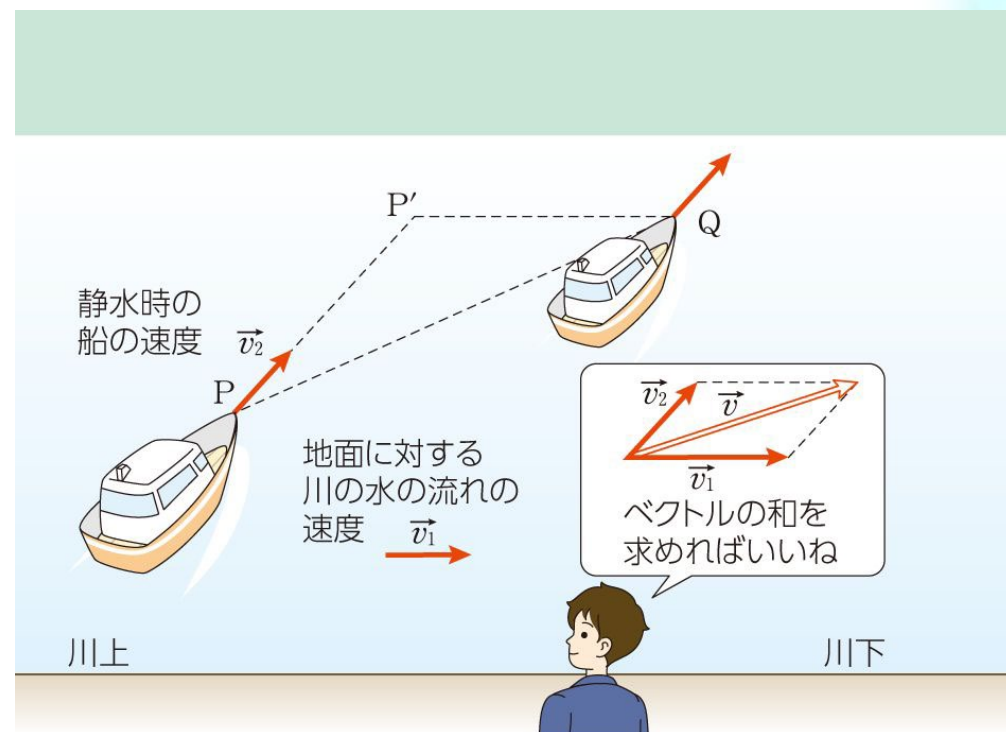


答



# 1 速度の合成

- 船は川の水によって流されるので、地面から見るとからに移動するように見える。
  - 地面に対する船の速度  $\vec{v}$  は、速度  $\vec{v}_1$ ，  $\vec{v}_2$  の和となる。
- 速度  $\vec{v}$  を  $\vec{v}_1$ ，  $\vec{v}_2$  の〔合成速度〕といい、合成速度を求めることを〔速度の合成〕という。



↑ 図 速度の合成

## 速度の合成

意味 合成速度  $v$  は速度  $v_1$  と速度  $v_2$  の和

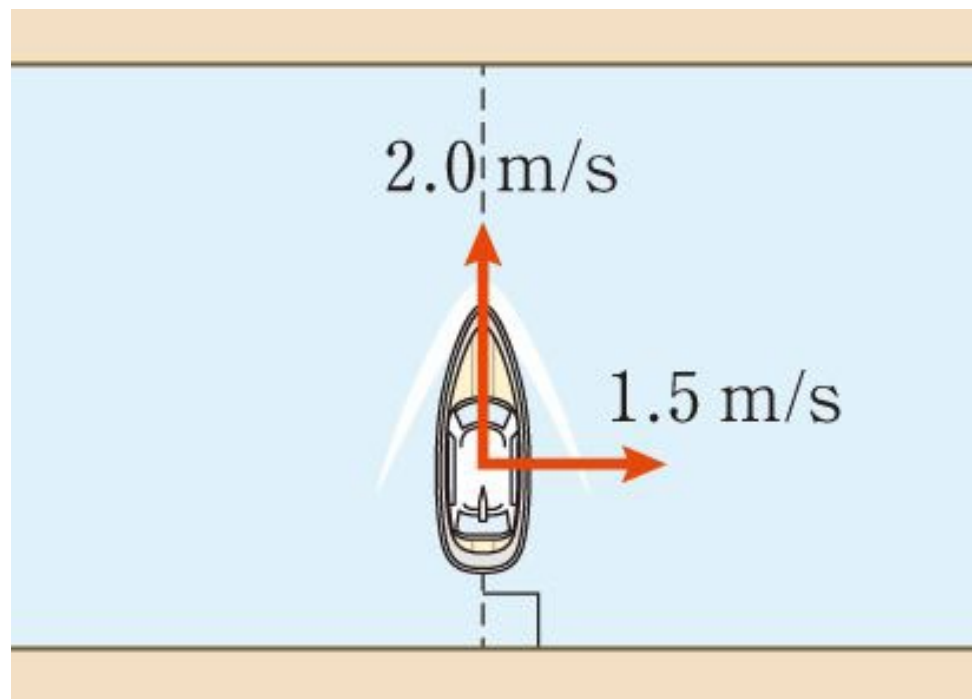
$$\boldsymbol{v} = [\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2] \quad (4)$$

$v$  [m/s] 合成速度(地面に対する船の速度)

$v_1$  [m/s] 地面に対する川の流れの速度

$v_2$  [m/s] 静水時の船の速度

**問4** 流れのない水に対して  $2.0 \text{ m/s}$  の速さで進むことのできる船がある。この船を，地面に対して  $1.5 \text{ m/s}$  の速さで流れる川で，選手を川の流に垂直な方向に保ったまま進めた。このとき，川岸に対する船の速さはいくらか。



**解**

川岸に対する船の速さ  $v$  を  $v$  [m/s] とする。  
静水に対する船の速さと、川の流れの速さを合成して、

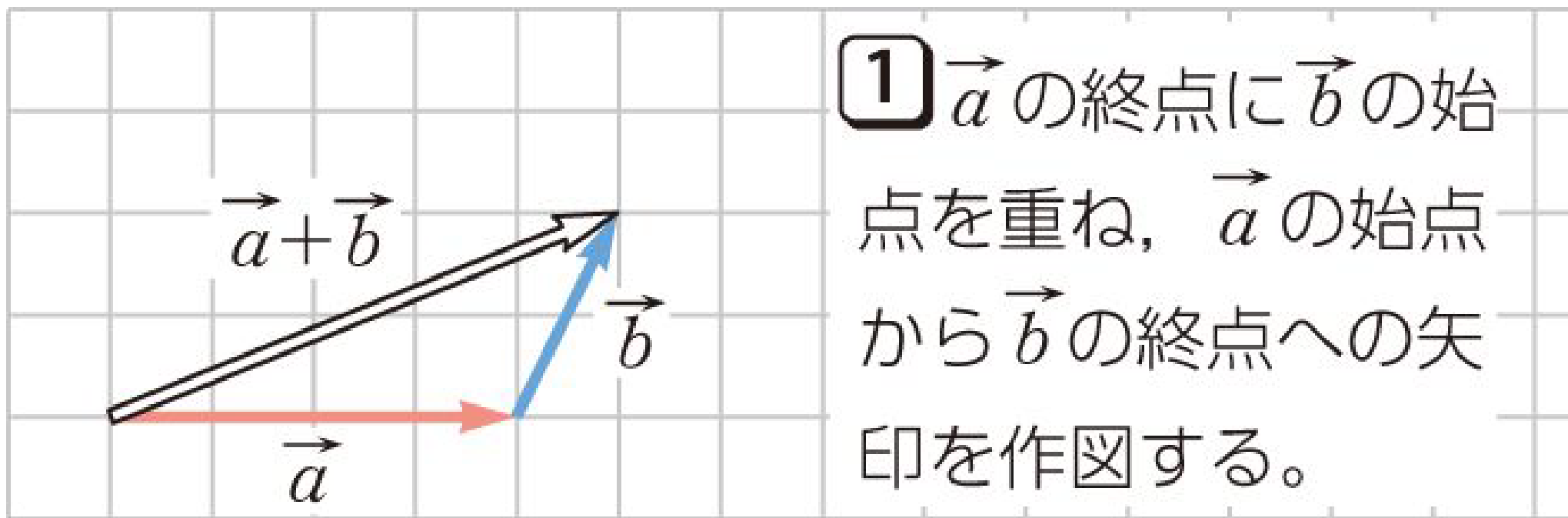
$$v = \sqrt{(1.5 \text{ m/s})^2 + (2.0 \text{ m/s})^2} = 2.5 \text{ m/s}$$

**答**

2.5 m/s

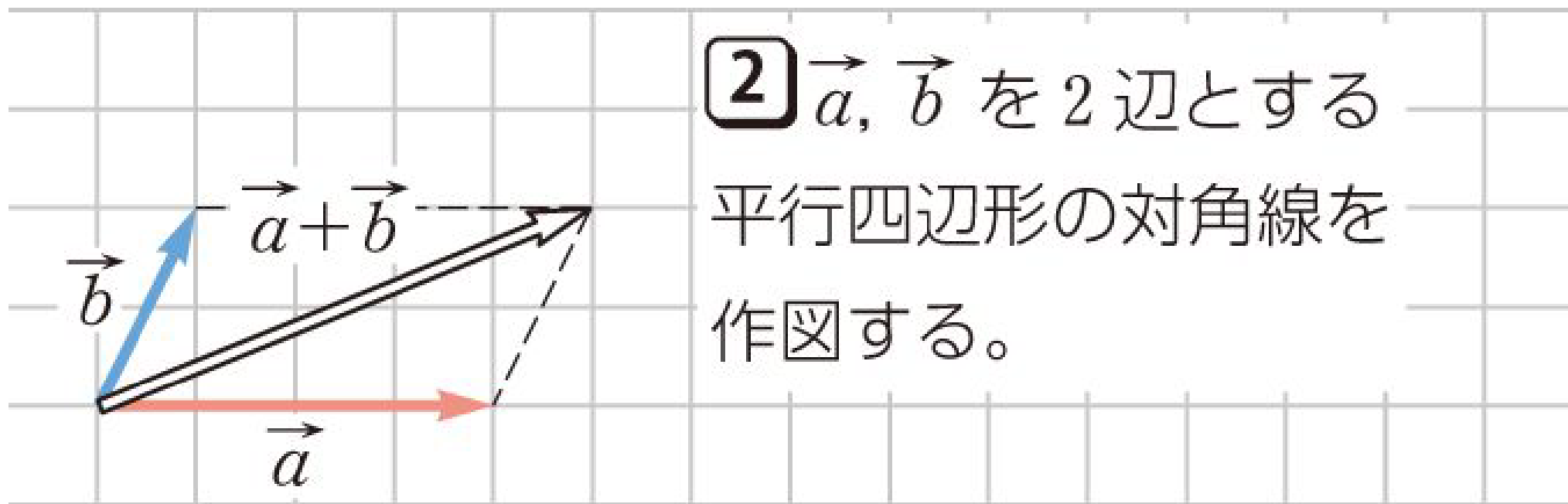
**参考** ベクトルの和（作図で求める方法）

ベクトルの和を求めるには，1，2の2通りの考え方がある。



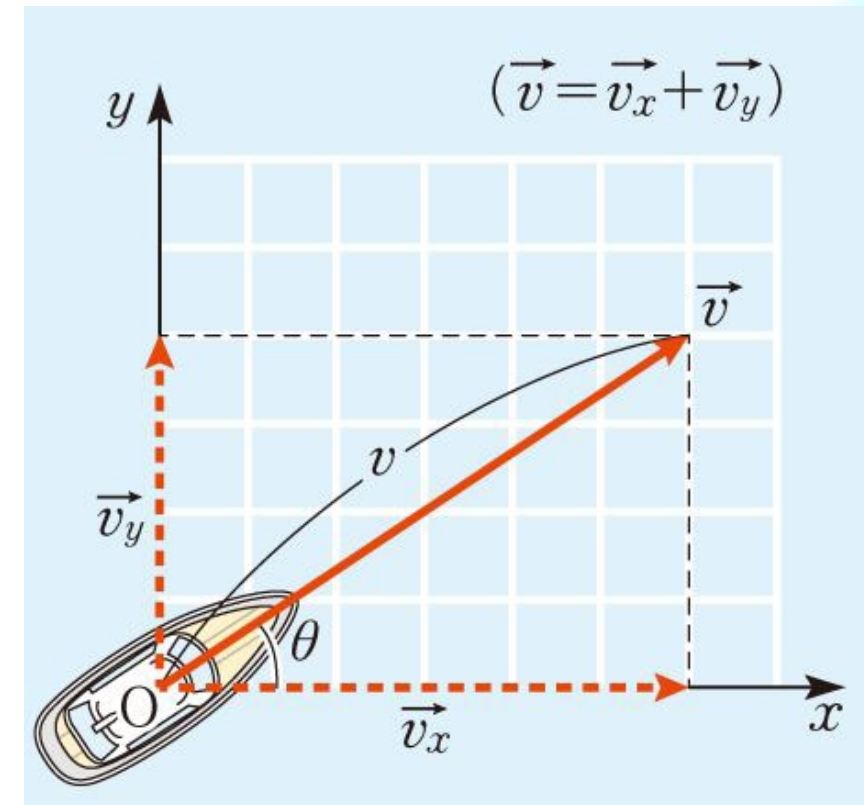
**参考** ベクトルの和（作図で求める方法）

ベクトルの和を求めるには，1，2の2通りの考え方がある。



## 2 速度の分解

- ・ 式(4)は，速度  $\vec{v}$  を速度  $\vec{v}_1$ ，  $\vec{v}_2$  に分けると考えることもできる。
- ・ この見方を〔**速度の分解**〕といい，分解された速度を〔**分速度**〕という。



↑ 図 速度の分解

- ・ 速度を分解する場合，互いに垂直な2つの方向に分けることが多い。船の速度を互いに垂直な  $x$  軸， $y$  軸方向へ分解し，それぞれの分速度を  $\vec{v}_x$ ， $\vec{v}_y$  とする。
- ・ 分速度  $\vec{v}_x$ ， $\vec{v}_y$  の大きさに座標軸の正負の向きを表す符号をつけたものを  $\vec{v}$  の〔 **$x$  成分**〕，〔 **$y$  成分**〕といい，それぞれ  $v_x$ ， $v_y$  とすると  $v = (v_x, v_y)$  と表すことができる。

- ・  $\vec{v}$  の大きさ (速さ) を  $v_x$ ,  $v_y$  と  $x$  軸とのなす角を  $\theta$  とすると,  $v_x$  や  $v_y$  と  $v$  との間には次の関係がある。

### 速度の合成

$$v_x = v \cos \theta \quad v_y = v \sin \theta \quad (5)$$

$v_x$  速度の  $x$  成分

$v_y$  速度の  $y$  成分

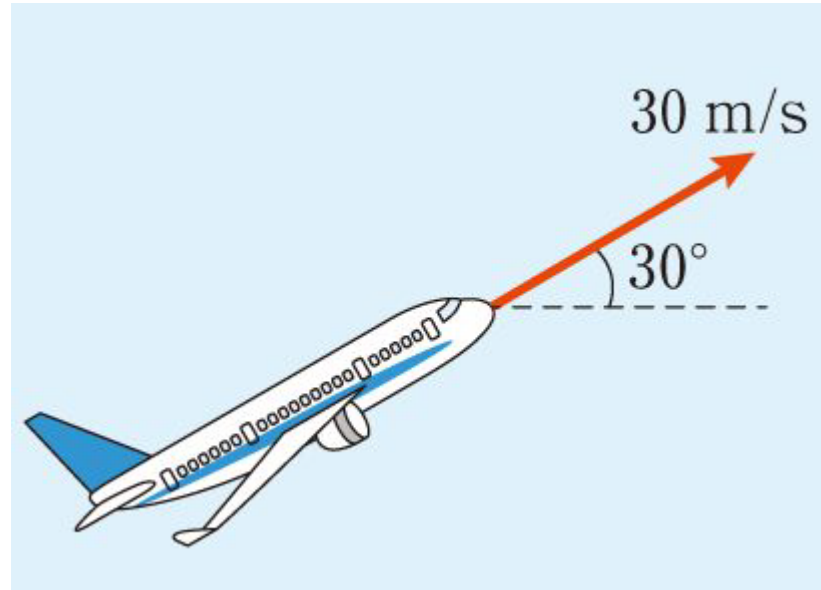
$v$  速さ

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (6)$$

$\theta$   $\vec{v}$  と  $x$  軸のなす角

**問5** 飛行機が、水平から  $30^\circ$  上へ一定の速さ  $30 \text{ m/s}$  で飛行している。図の水平方向では右向きを正，鉛直方向では上向きを正とする。

- (1) 飛行機の速度の水平成分，鉛直成分を求めよ。
- (2) 飛行機が，時間  $6.0 \text{ s}$  の間に上昇した高さを求めよ。



**解** (1) 飛行機の速さを  $V$  [m/s] , 速度の水平成分を  $v_x$  [m/s] , 鉛直成分を  $v_y$  [m/s] とすると,

式(5)より

$$v_x = V \cos 30^\circ = 30 \text{ m/s} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25.9 \cdots \text{ m/s}$$
$$\doteq 26 \text{ m/s}$$

$$v_y = V \sin 30^\circ = 30 \text{ m/s} \times \frac{1}{2} = 15 \text{ m/s}$$

**答** (1) 水平成分 : 26 m/s, 鉛直成分 : 15 m/s

**解** (2) 鉛直方向の変位は,

$$v_y \times 6.0\text{s} = 15 \text{ m/s} \times 6.0 \text{ s} = 90 \text{ m}$$

**答** (2) 90 m

## 参考 ベクトルの差（成分で求める方法）

ベクトルの和と差はベクトルを  $x$  軸,  $y$  軸方向の成分に分解し, 成分ごとに計算することもできる。

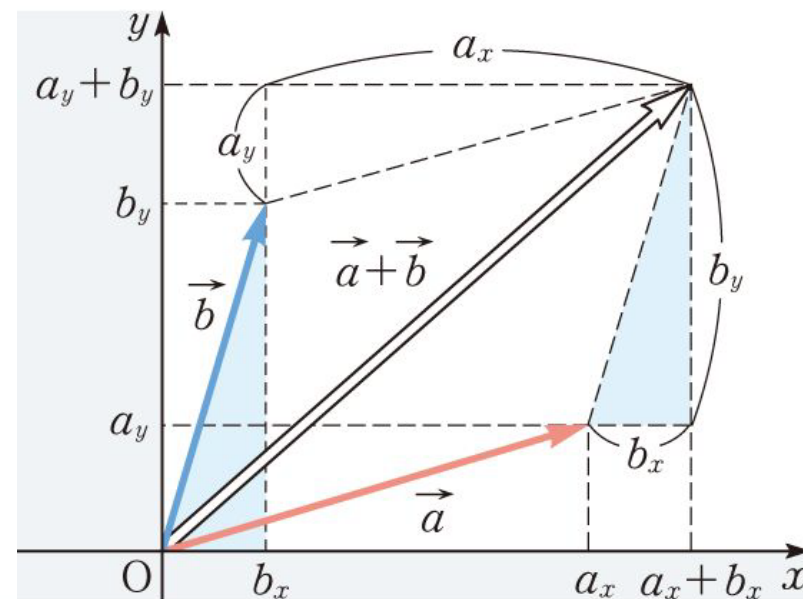
$\vec{a}$  と  $\vec{b}$  が  $\vec{a} = (a_x, a_y)$ ,  $\vec{b} = (b_x, b_y)$  であるとするとき,

① ベクトルの和

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y)$$

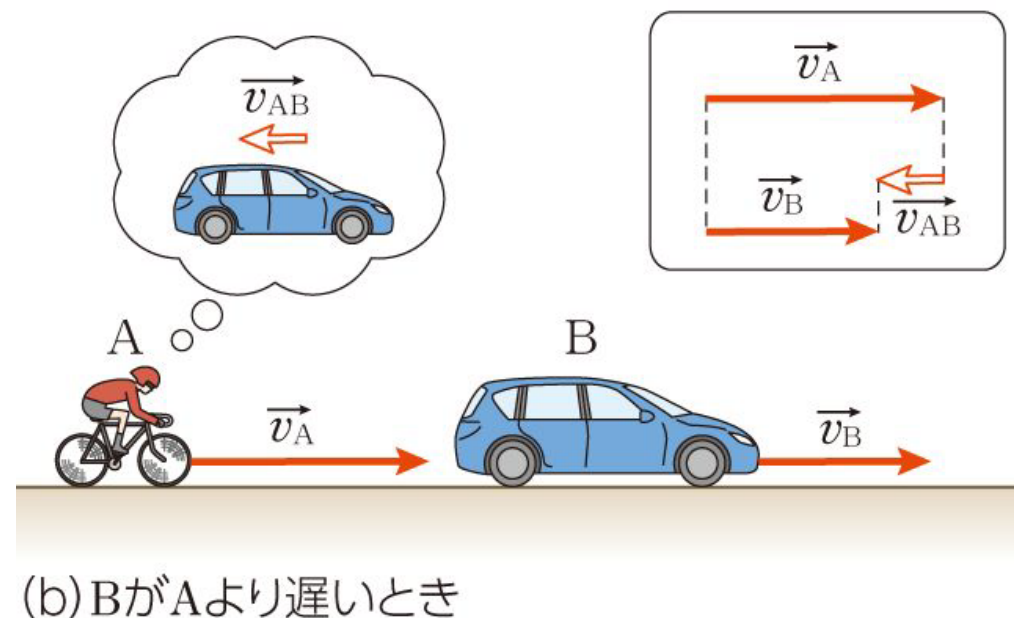
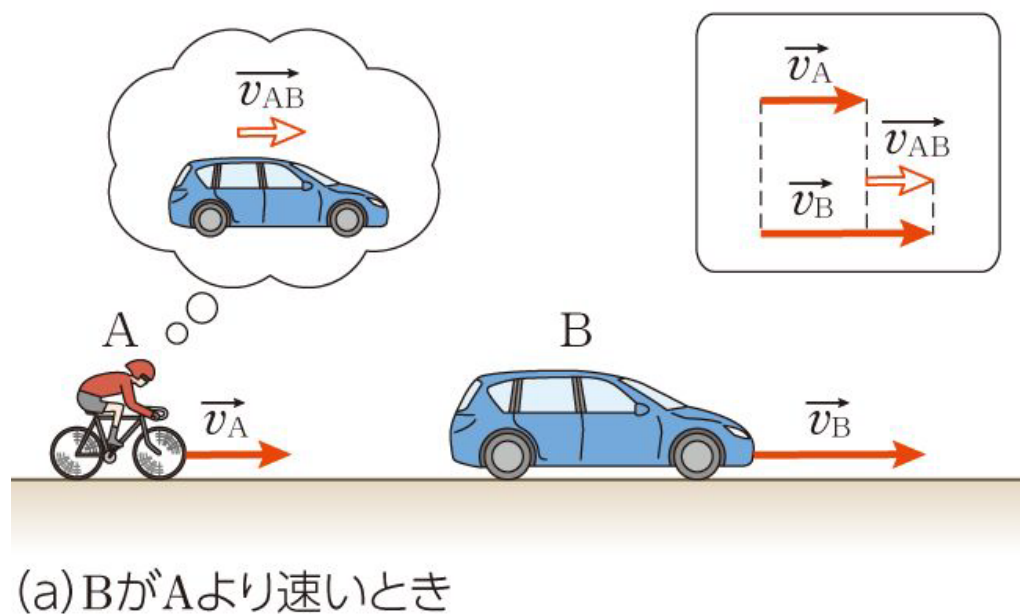
② ベクトルの差

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x, a_y - b_y)$$

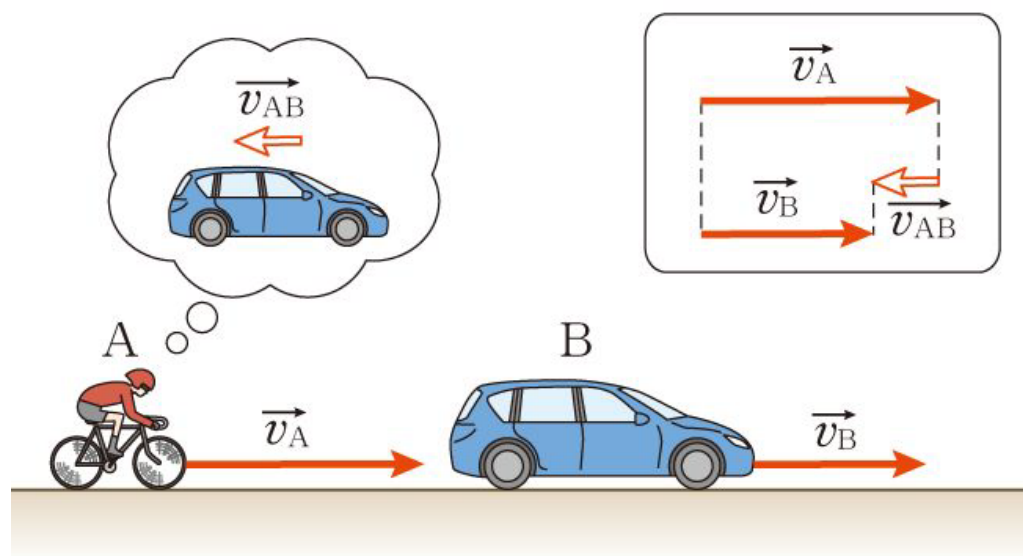


# 1 相対速度

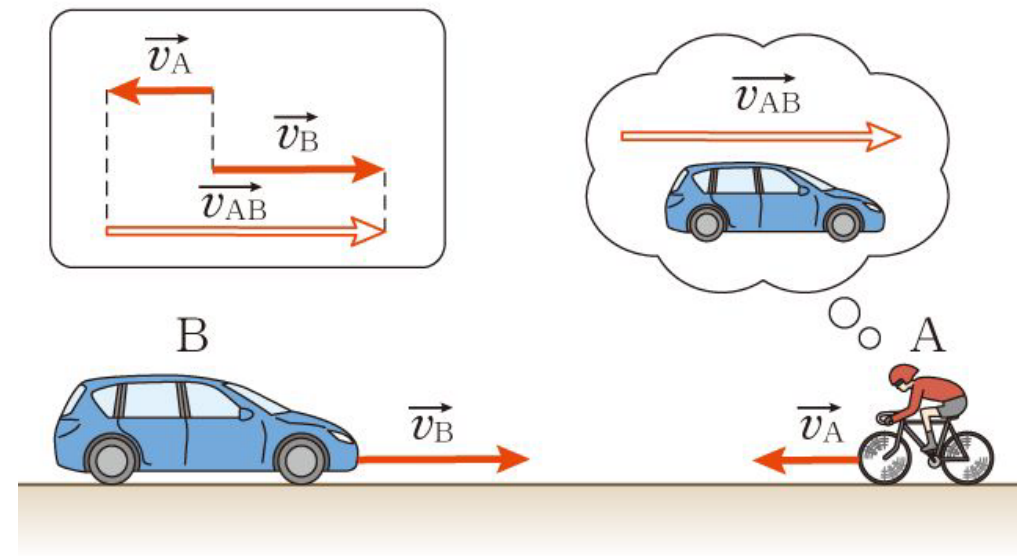
- ・ 自転車に乗って地面に対して速度で進んでいる人 A から、速度で進む自動車 B を見る。



- ・ A の速度によって B が離れていくように見えたり，止まって見えたり，近づいてくるように見えたりする。



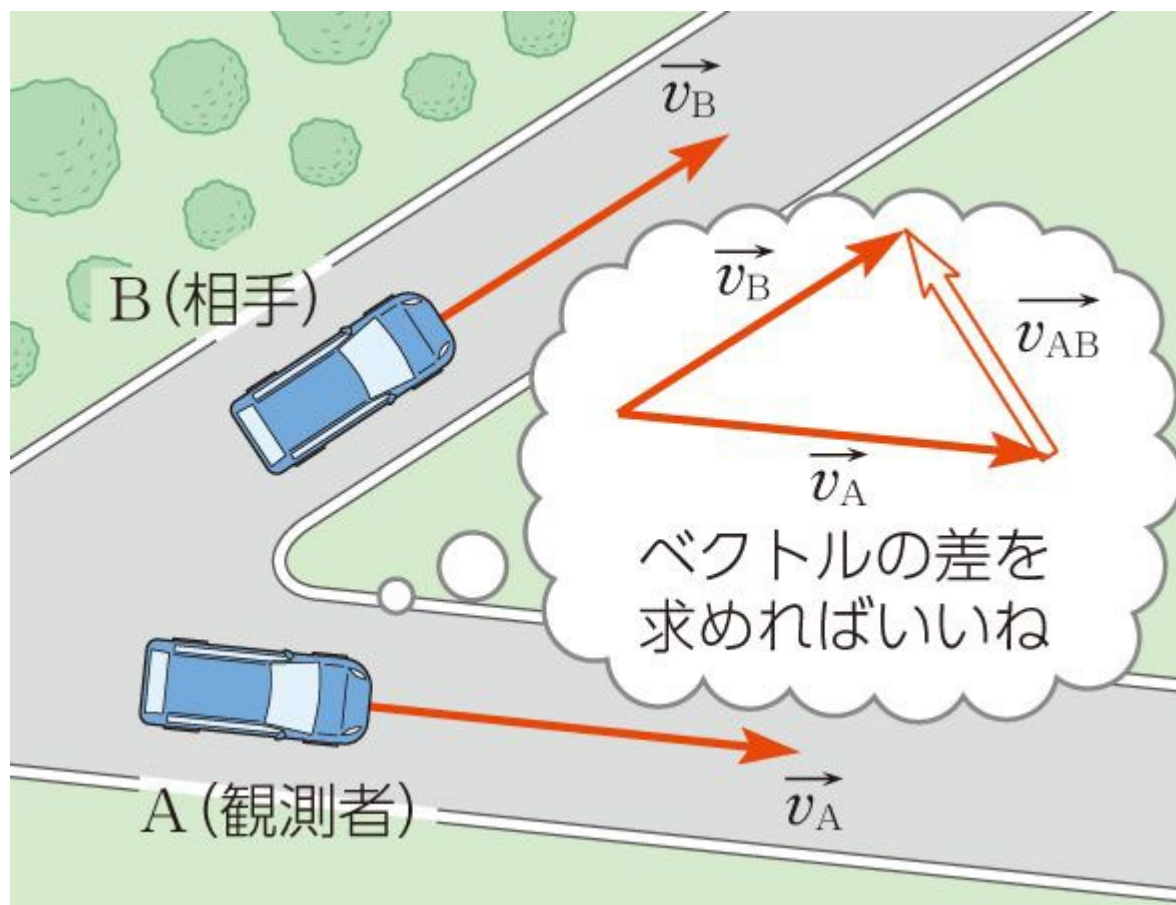
(b) BがAより遅いとき



(c) AがBと逆向きに動くとき

- ・ 観測者の運動状態によって、相手の運動の見え方に違いが生じ、地面に対する速度と異なる速度で見える。
- ・ **動く観測者 A から見た相手 B の速度を A に対する B の相対速度という。**

- ・ A と B の速度の向きが直線状にない場合も成り立つ。



## 相対速度

意味 A から見た B の速度

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \quad (7)$$

$\vec{v}_{AB}$  [m/s] A に対する B の相対速度

$\vec{v}_A$  [m/s] 地面（基準）に対する A の速度

$\vec{v}_B$  [m/s] 地面（基準）に対する B の速度

✓ Check

(相対速度) = (相手の速度) - (観測者の速度)

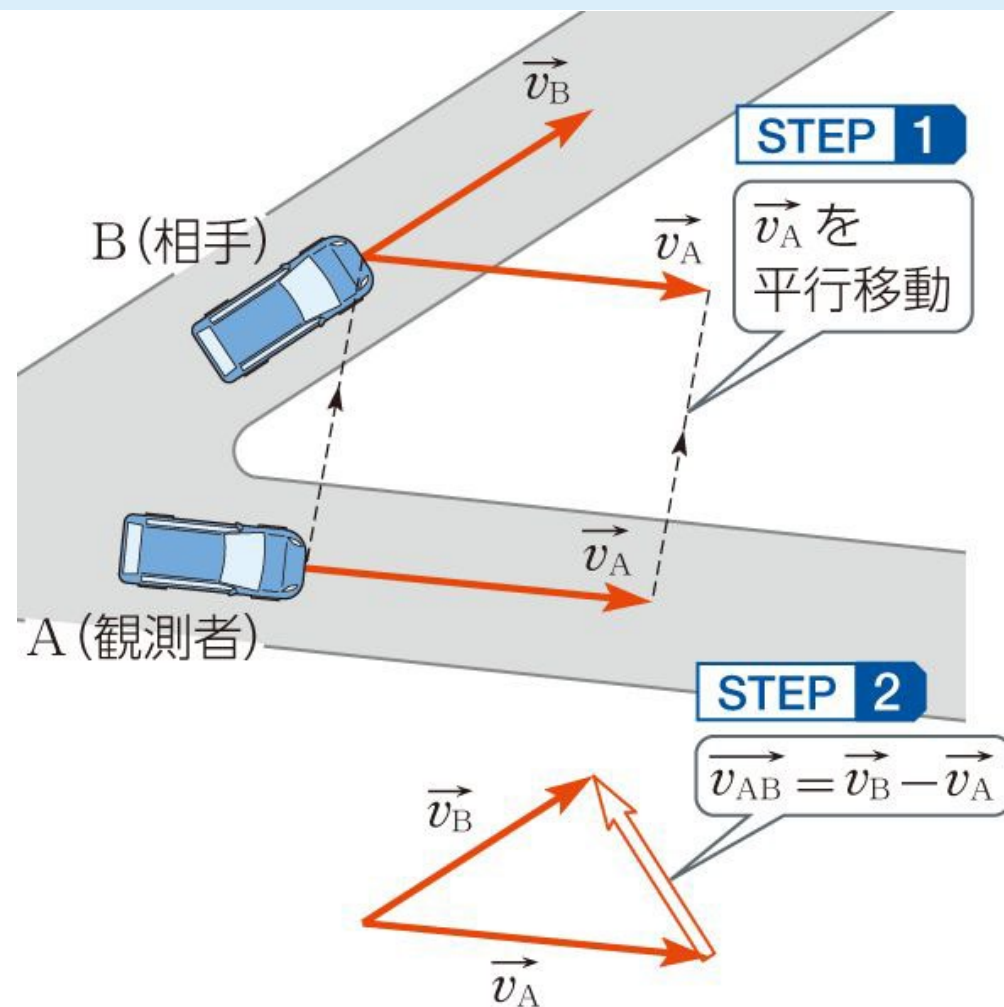
- ・ 観測者の運動状態により，物体の速度は異なって見えるため，物体の速度を表すときは，それがどのような運動をしている観測者から見たものであるかを明確にしなければならない。
- ・ ただし，特に断りがない場合，地面に静止した観測者から見たものとする。

## 参考 相対速度の求め方

### ① 作図による方法

**STEP 1** 速度ベクトルを  
平行移動させて  
始点を一致させる。

**STEP 2**  $\vec{v}_A$  の終点から  
 $\vec{v}_B$  の終点への矢印を  
作図する。



## 参考 相対速度の求め方

### ② 成分による方法

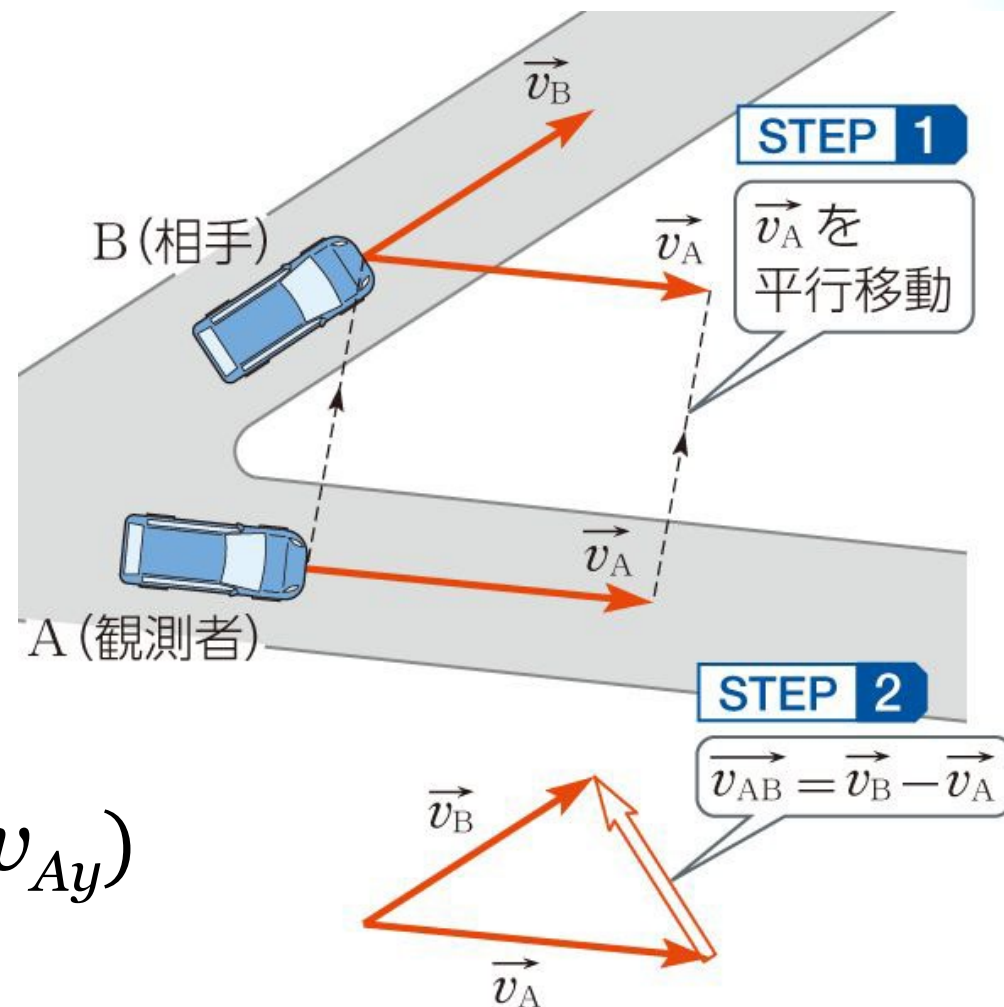
**STEP 1** それぞれの速度を成分に分解する。

$$\vec{v}_A = (v_{Ax}, v_{Ay})$$

$$\vec{v}_B = (v_{Bx}, v_{By})$$

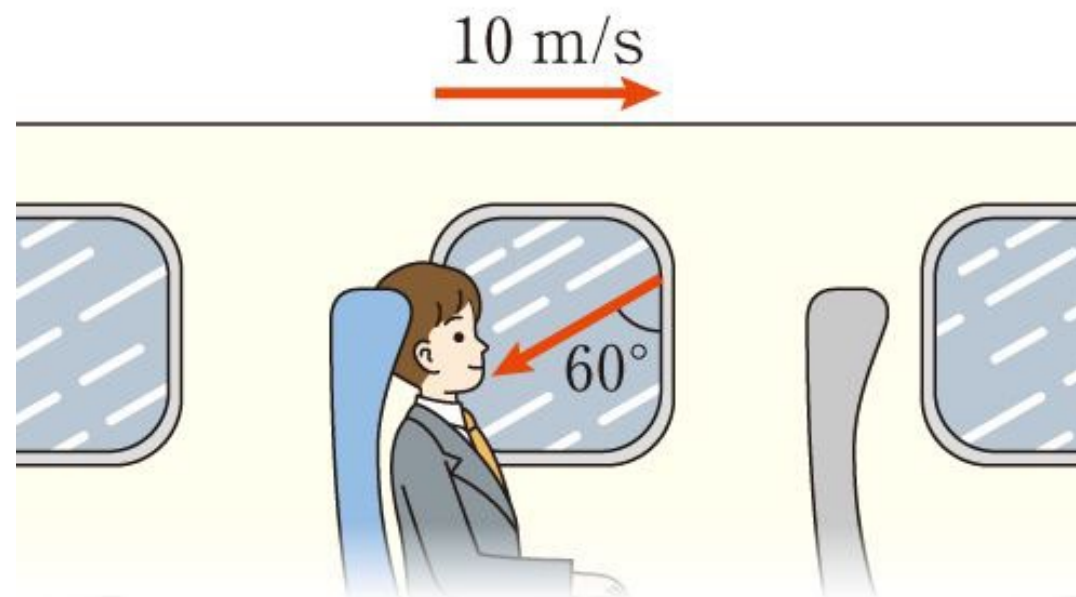
**STEP 2** 成分ごとに引き算する。

$$\vec{v}_{AB} = (v_{Bx} - v_{Ax}, v_{By} - v_{Ay})$$



**例題① 車窓から見た雨粒の相対速度**

風がなく，雨粒が鉛直下向きに降っているとき， $10\text{ m/s}$ の速さで水平に走っている電車の中から外を見たところ，雨粒が鉛直方向に対して $60^\circ$ の角をなして前方から降ってくるように見えた。このとき，地上に対して雨粒が落下する速さは何  $\text{m/s}$ か。

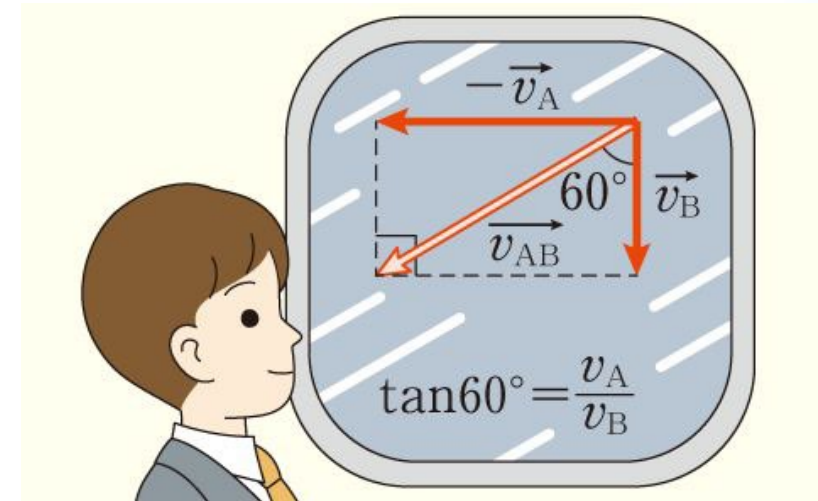


## 解

電車の速度を $\vec{v}_A$ ，雨粒の速度を $\vec{v}_B$ とする。  
電車に対する雨粒の相対速度を $\vec{v}_{AB}$ とすると，  
式(7)より， $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ で，  
図のような関係にある。

よって，雨粒が落下する速さ $v_B$ は，

$$v_B = \frac{v_A}{\tan 60^\circ} = \frac{10 \text{ m/s}}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3} \text{ m/s}}{3} \doteq \underline{\underline{5.8 \text{ m/s}}}$$

つながる  
指針

2つの速度をベクトルで表し，それらの差から相対速度を求める。

**類題①**

北から吹く風の中を自転車で東向きに  $10 \text{ m/s}$  の速さで走ると、風がちょうど北東から吹くように感じた。地面に対する風速は何  $\text{m/s}$  か。

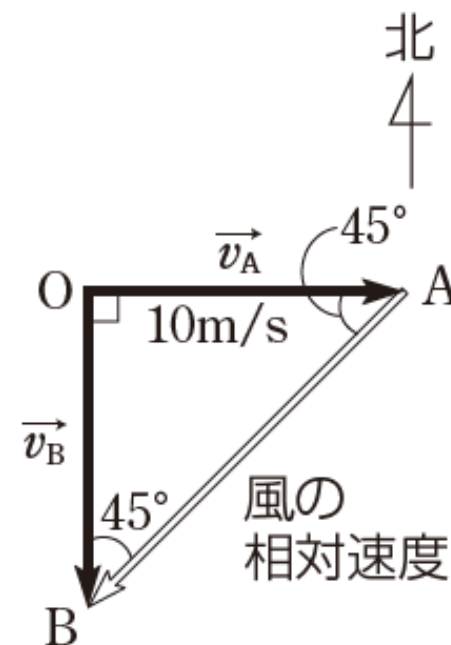
## 解

自転車の速度を  $\vec{v}_A$  [m/s] , 風の速度を  $\vec{v}_B$  [m/s] とする。自転車に対する風の相対速度は  $\vec{v}_B - \vec{v}_A$  [m/s] なので、図の  $\vec{AB}$  である。

題意より、

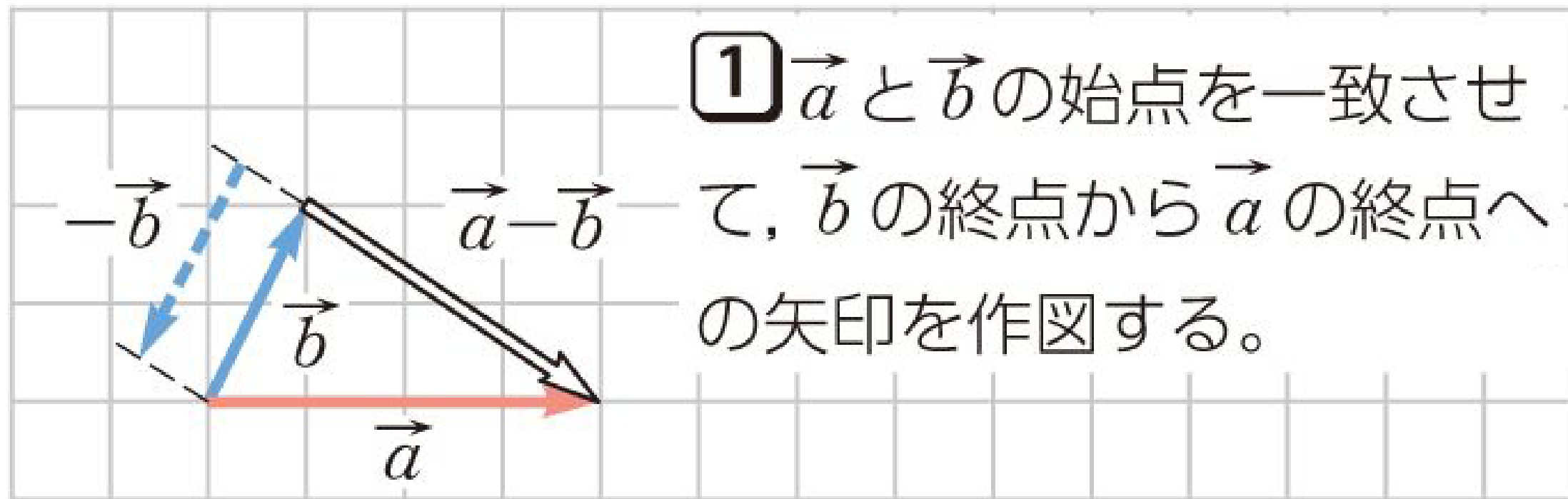
$\triangle OAB$  は直角二等辺三角形だから、

$$|\vec{v}_B| = 10 \text{ m/s}$$



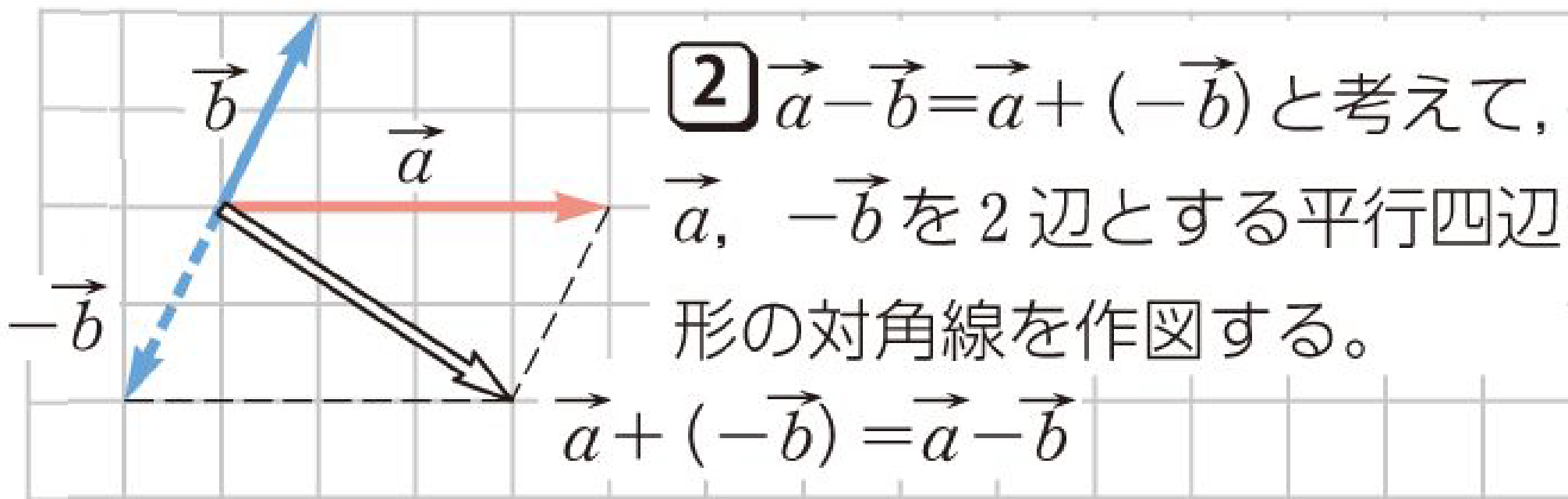
## 参考

## ベクトルの差（作図で求める方法）



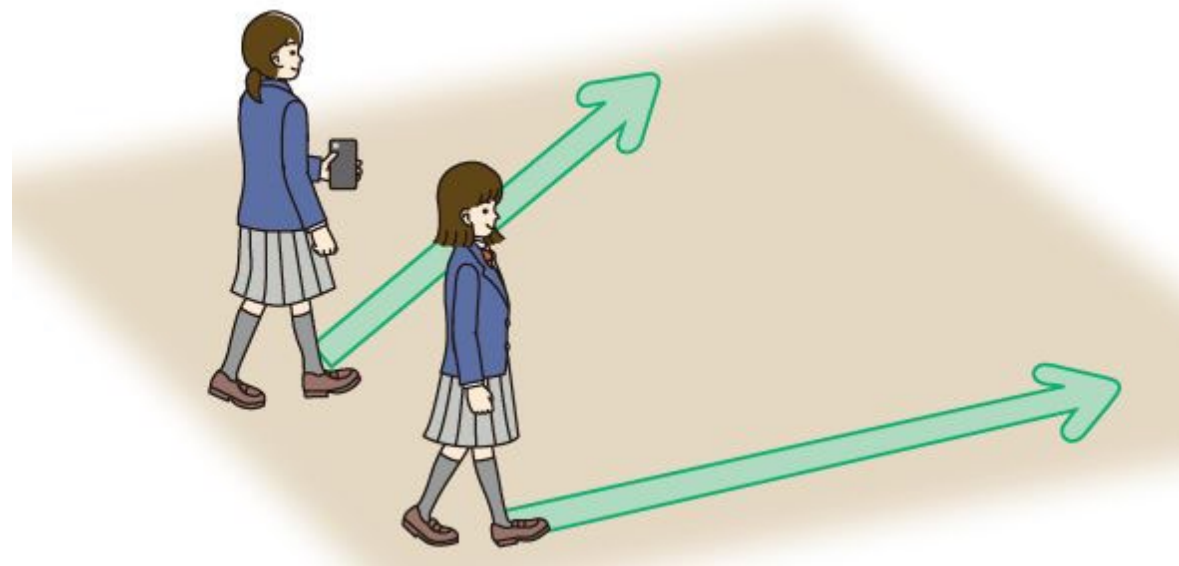
## 参考

## ベクトルの差（作図で求める方法）



## やってみよう 相対速度

- ① 歩きながら相手の運動を撮影しよう。
- ① 歩く速さや向きを変え、相手の運動の見え方がどう変化するか確認しよう。

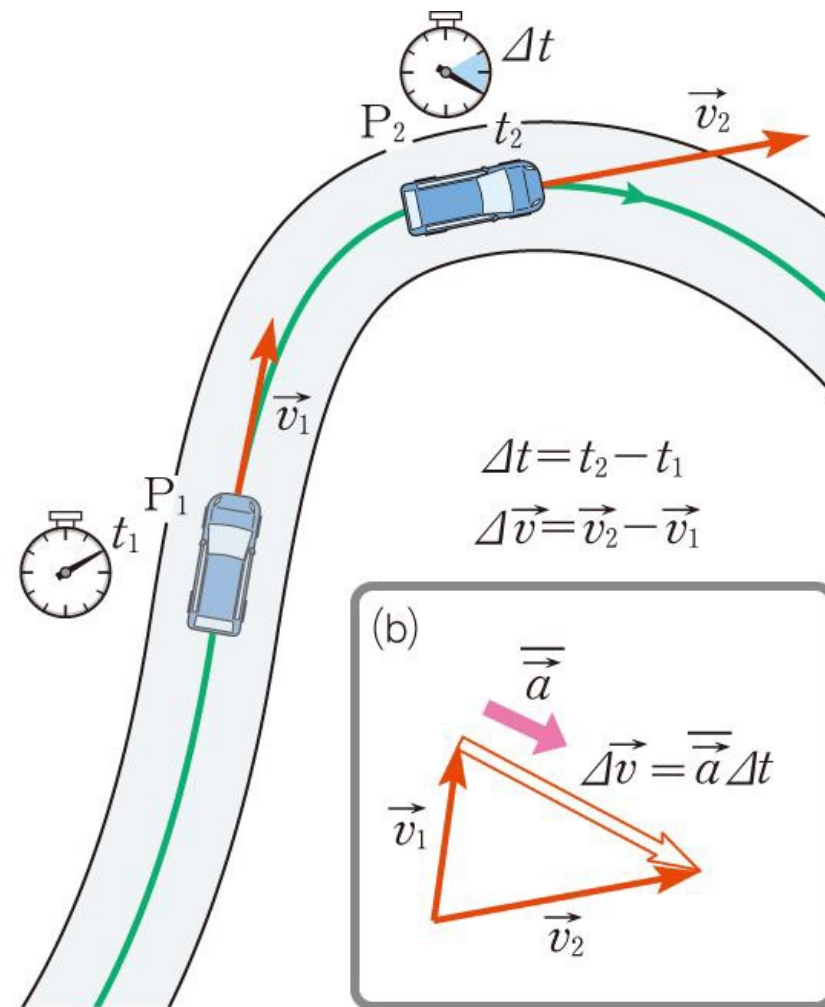


# 1 加速度

- ・ 物体が時刻  $t_1$  に点  $P_1$  を速度  $\vec{v}_1$  で通過し，時刻  $t_2$  に点  $P_2$  を速度  $\vec{v}_2$  で通過したとき，単位時間あたりの速度変化をこの間の〔**平均の加速度**〕という。
- ・ 経過時間を  $\Delta t (= t_2 - t_1)$ ，速度の変化を  $\Delta\vec{v} (= \vec{v}_2 - \vec{v}_1)$  とすると，この間の平均の加速度  $\vec{a}$  は次式で表される。

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (8)$$

- 平均の加速度  $\vec{a}$  もベクトルであり、<sup>(a)</sup> その向きは速度の変化  $\Delta\vec{v}$  の向きに一致する。



- $t_2$  を  $t_1$  に近づけて  $\Delta t$  を限りなく 0 に近づけると、 $P_2$  は  $P_1$  に近づくので、式(8)は  $P_1$  を通過する時刻の〔**瞬間の加速度**〕  $\vec{a}$  を表す。
- $\vec{a}$  は物体の速度が、その瞬間にどの向きにどんな割合で変化しているのかを表す。
- 一般に、加速度と言えば、瞬間の加速度をさす。  
加速度の大きさ  $a$  は  $a = |\vec{a}|$  であり、  
加速度の向きは、その瞬間の〔**速度の変化の向き**〕である。

**問 6** 東向きに5.0 m/s で進む船が、10 s 後に北向きに5.0 m/s となった。  
この間の平均の加速度はどちら向きに何 m/s<sup>2</sup>か。

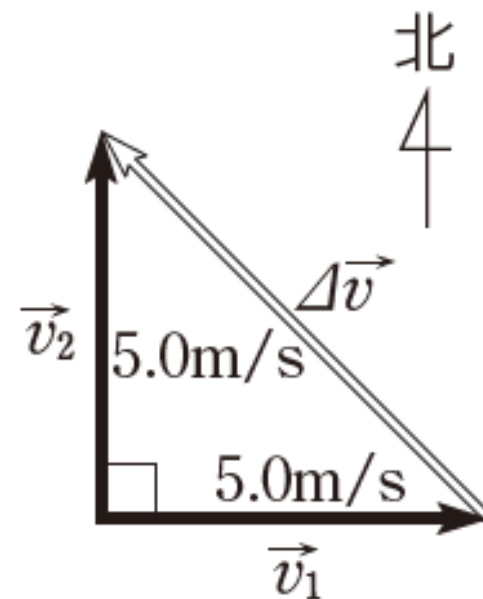
**解** 東向きを  $\vec{v}_1$ 、北向きを  $\vec{v}_2$  とすると、  
図のように直角二等辺三角形であるから、  
この間の速度の変化  $\Delta\vec{v}$  は北西の向き  
で、その大きさは、

$$|\Delta\vec{v}| = 5.0 \times \sqrt{2} \text{ m/s}$$

平均の加速度  $\vec{a}$  は、  
単位時間あたりの速度の変化より、

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{5.0 \times \sqrt{2} \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 0.705 \cdots \text{ m/s}^2 \approx 0.71 \text{ m/s}^2$$

**答** 北向きに  $0.71 \text{ m/s}^2$



## 第1節

## この節の振り返り

- 直進する2つの船に衝突の恐れがあるとき，互いに相手の運動はどのように見えるか。
- 日常は常に太陽に向けるが，雨傘は歩く速度に応じてどのように向きを変えるか。

**解** 2つの船の相対速度は視線の方向となり，相手が自分へ等速で近づくように見える。

**解** 雨傘は人に対する雨粒の相対速度の方向に向ける。日傘にその必要がないのは，歩く速度に比べて光速が非常に大きいためである。