第1部 様々な運動

第1章 物体の運動

→p.10〜28

問 1　位置 $(x,\ y)$ は位置ベクトル $\vec{r}$ の終点の座標から

$$\vec{r}=(4\,\mathrm{m},\ 3\,\mathrm{m})$$

また位置ベクトルの大きさは，三平方の定理から，

$$r=\sqrt{(4\,\mathrm{m})^2+(3\,\mathrm{m})^2}=5\,\mathrm{m}$$

答　$(4\,\mathrm{m},\ 3\,\mathrm{m})$，$r=5\,\mathrm{m}$

問 2　移動距離は，白球が実際に移動した距離(経路に沿った距離)だから，

移動距離$=\mathrm{P_1O}+\mathrm{OP_2}$

三平方の定理を用いて，

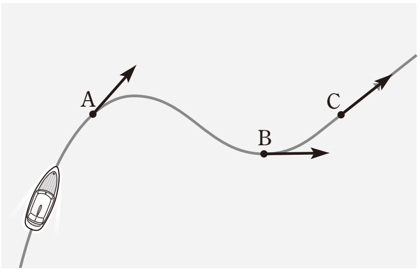
$$=\sqrt{(0.30\,\mathrm{m})^2+(0.40\,\mathrm{m})^2}+\sqrt{(0.30\,\mathrm{m})^2+(0.40\,\mathrm{m})^2}$$
$$=1.00\,\mathrm{m}$$

一方，変位は，初めの位置 $\mathrm{P_1}$から終わりの位置 $\mathrm{P_2}$に向かって引いた矢印で表されるから，その大きさは

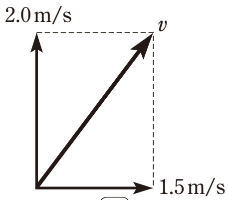
変位の大きさ$=\mathrm{P_1P_2}=0.30\,\mathrm{m}+0.30\,\mathrm{m}=0.60\,\mathrm{m}$

答　移動距離：$1.00\,\mathrm{m}$，変位の大きさ：$0.60\,\mathrm{m}$

問 3　答



問 4　川岸に対する船の速さを $v\,[\mathrm{m/s}]$とする。静水に対する船の速さと，川の流れの速さを合成して，



$$v=\sqrt{(1.5\,\mathrm{m/s})^2+(2.0\,\mathrm{m/s})^2}$$
$$=2.5\,\mathrm{m/s}$$

答　$2.5\,\mathrm{m/s}$

問 5　(1)　飛行機の速さを $V\,[\mathrm{m/s}]$，速度の水平成分を $v_x\,[\mathrm{m/s}]$，鉛直成分を $v_y\,[\mathrm{m/s}]$とすると，式(5)より

$$v_x=V\cos 30^\circ=30\,\mathrm{m/s}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25.9\cdots\,\mathrm{m/s}$$
$$\fallingdotseq 26\,\mathrm{m/s}$$
$$v_y=V\sin 30^\circ=30\,\mathrm{m/s}\times\frac{1}{2}=15\,\mathrm{m/s}$$

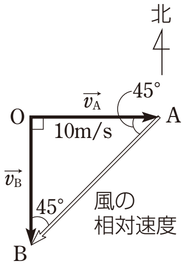
答　水平成分：$26\,\mathrm{m/s}$，鉛直成分：$15\,\mathrm{m/s}$

(2)　鉛直方向の変位は

$$v_y\times 6.0\,\mathrm{s}=15\,\mathrm{m/s}\times 6.0\,\mathrm{s}=90\,\mathrm{m}$$

答　$90\,\mathrm{m}$

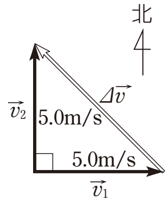
類題 1　自転車の速度を $\vec{v_\mathrm{A}}\,[\mathrm{m/s}]$，風の速度を $\vec{v_\mathrm{B}}\,[\mathrm{m/s}]$とする。自転車に対する風の相対速度は $\vec{v_\mathrm{B}}-\vec{v_\mathrm{A}}\,[\mathrm{m/s}]$なので，図の $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$である。題意より，$\triangle\mathrm{OAB}$は直角二等辺三角形だから，



$$|\vec{v_\mathrm{B}}|=10\,\mathrm{m/s}$$

答　$10\,\mathrm{m/s}$

問 6　東向きの速度を $\vec{v_1}$，北向きの速度を $\vec{v_2}$とすると，図のように直角二等辺三角形であるから，この間の速度の変化 $\varDelta\vec{v}$ は北西の向きで，その大きさは，



$$|\varDelta\vec{v}|=5.0\times\sqrt{2}\,\mathrm{m/s}$$

平均の加速度 $\vec{\bar{a}}$ は，単位時間あたりの速度の変化より，

$$\vec{\bar{a}}=\frac{\varDelta\vec{v}}{\varDelta t}=\frac{5.0\times\sqrt{2}\,\mathrm{m/s}}{10\,\mathrm{s}}=0.705\cdots\,\mathrm{m/s^2}\fallingdotseq 0.71\,\mathrm{m/s^2}$$

答　北西の向きに $0.71\,\mathrm{m/s^2}$

類題 2　着地する直前の，速度の鉛直成分の大きさを $v_y\,[\mathrm{m/s}]$とすると，式(23)より

$$v_y=9.8\,\mathrm{m/s^2}\times 2.0\,\mathrm{s}=19.6\,\mathrm{m/s}$$

である。よって，着地する直前の小石の速さを $v\,[\mathrm{m/s}]$ とすると，式(26)より

$$v=\sqrt{14.7^2+19.6^2}=24.5\fallingdotseq 25\,\mathrm{m/s}$$

答　$25\,\mathrm{m/s}$

問 7　(1)　投げ出してから 0.50 s 後の物体の速度の水平成分を $v_x\,[\mathrm{m/s}]$，鉛直成分を $v_y\,[\mathrm{m/s}]$とすると，式(28)，(30)より

$$v_x=19.6\,\mathrm{m/s}\times\cos 60^\circ=9.8\,\mathrm{m/s}$$
$$v_y=19.6\,\mathrm{m/s}\times\sin 60^\circ-9.8\,\mathrm{m/s^2}\times 0.50\,\mathrm{s}$$
$$=12.0\cdots\,\mathrm{m/s}\fallingdotseq 12\,\mathrm{m/s}$$

答　x 成分：$9.8\,\mathrm{m/s}$，y 成分：$12\,\mathrm{m/s}$

(2)　投げ出してから 2.0 s 後の物体の位置 $(x,\ y)$ は，式(29)，(31)より

$$x=19.6\,\mathrm{m/s}\times\cos 60^\circ\times 2.0\,\mathrm{s}=19.6\,\mathrm{m}\fallingdotseq 20\,\mathrm{m}$$
$$y=19.6\,\mathrm{m/s}\times\sin 60^\circ\times 2.0\,\mathrm{s}-\frac{1}{2}\times 9.8\,\mathrm{m/s^2}\times(2.0\,\mathrm{s})^2$$
$$=14.3\cdots\mathrm{m}\fallingdotseq 14\,\mathrm{m}$$

答　$(20\,\mathrm{m},\ 14\,\mathrm{m})$

類題 3　(1)　点Oを原点とし，水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。投げ出してから最高点に達するまでの時間を t_1[s] とすると，式(30)で $v_y=0$ であるから，

$$0=19.6\ \mathrm{m/s}\times\sin 30^\circ-9.8\ \mathrm{m/s^2}\times t_1$$

よって，$t_1=1.0\ \mathrm{s}$　答　1.0 s 後

(2)　投げ出してから小石が 39.2 m 下の地面に着地するまでの時間を t_2[s] とすると，式(31)で $y=-39.2\ \mathrm{m}$ であるから，

$$-39.2\ \mathrm{m}=19.6\ \mathrm{m/s}\times\sin 30^\circ\times t_2-\frac{1}{2}\times 9.8\ \mathrm{m/s^2}\times t_2{}^2$$

$$t_2{}^2-2t_2-8=0$$

$$(t_2-4)(t_2+2)=0$$

$t_2>0\ \mathrm{s}$ より，$t_2=4.0\ \mathrm{s}$　答　4.0 s 後

(3)　式(29)より

$L=19.6\ \mathrm{m/s}\times\cos 30^\circ\times 4.0\ \mathrm{s}=67.8\cdots\mathrm{m}\fallingdotseq 68\ \mathrm{m}$

着地する直前の速さを v[m/s] とすると，

$$v=\sqrt{(19.6\ \mathrm{m/s}\times\cos 30^\circ)^2+(19.6\ \mathrm{m/s}\times\sin 30^\circ-9.8\ \mathrm{m/s^2}\times 4.0\ \mathrm{s})^2}$$

$$=2\times 9.8\times\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}=33.9\cdots\ \mathrm{m/s}\fallingdotseq 34\ \mathrm{m/s}$$

答　68 m，34 m/s

問 8　速さ v_f[m/s]で落下するとすると，抵抗力の大きさ kv_f[N]は，鉛直下向きを正の向きとして雨滴にはたらく力のつり合いより，

$$5.0\times 10^{-10}\ \mathrm{kg}\times 9.8\ \mathrm{m/s^2}-kv_f=0$$

よって，$kv_f=4.9\times 10^{-9}\ \mathrm{N}$

$v_f=0.28\ \mathrm{m/s}$ より，k[N･s/m]は，

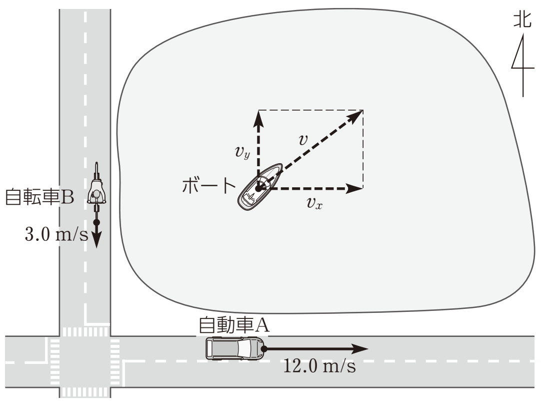
$$k=\frac{4.9\times 10^{-9}\ \mathrm{N}}{0.28\ \mathrm{m/s}}=1.75\times 10^{-8}\ \mathrm{N\cdot s/m}$$

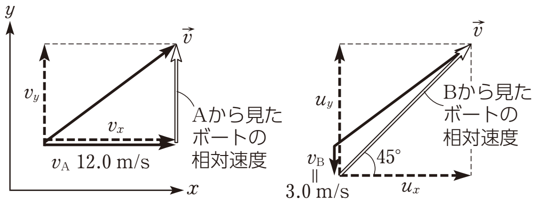
$$\fallingdotseq 1.8\times 10^{-8}\ \mathrm{N\cdot s/m}$$

答　4.9×10^{-9} N，1.8×10^{-8} N･s/m

p.28　章末問題

1　東向きに x 軸，北向きに y 軸をとる。ボートの速度の x 成分(東西)を v_x[m/s]，y 成分(南北)を v_y[m/s]とする。





(1)　自動車Aから見たボートの相対速度の東西成分が 0 なので，

$$v_x-12.0\ \mathrm{m/s}=0$$

よって，$v_x=12.0\ \mathrm{m/s}$　答　12.0 m/s

(2)　自転車Bから見たボートの相対速度の x 成分，y 成分をそれぞれ u_x[m/s]，u_y[m/s]とすると，

$$u_x=v_x-0\ \mathrm{m/s}=12.0\ \mathrm{m/s}$$

$$u_y=v_y-(-3.0\ \mathrm{m/s})=v_y+3.0\ \mathrm{m/s}$$

自転車Bから見た相対速度が北東の方向(東から北へ 45°)であるので，

$$u_x=u_y$$

$$12.0\ \mathrm{m/s}=v_y+3.0\ \mathrm{m/s}$$

よって，$v_y=9.0\ \mathrm{m/s}$　答　9.0 m/s

(3)　ボートの速さ v[m/s]は，

$$v=\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}=\sqrt{12.0^2\ \mathrm{m/s}+9.0^2\ \mathrm{m/s}}=15.0\ \mathrm{m/s}$$

また，$\tan\theta=\dfrac{v_y}{v_x}=\dfrac{9.0\ \mathrm{m/s}}{12.0\ \mathrm{m/s}}=0.75$

答　速さ：15.0 m/s，$\tan\theta$：0.75

2　(1)　最高点に達するまでの時間を t_0 とすると，

$0=v_0\sin\theta-gt_0$　よって，$t_0=\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$

答　$\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$

(2)　式(31)と式(1)より，

$$H=v_0\sin\theta\cdot t_0-\frac{1}{2}gt_0{}^2=\frac{(v_0\sin\theta)^2}{g}-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2$$

$$=\frac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}$$

答　$\dfrac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}$

(3)　式(29)と式(1)より，

$$L=v_0\cos\theta\times t_0=v_0\cos\theta\times\frac{v_0\sin\theta}{g}=\frac{v_0{}^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

三角関数の公式を用いて整理すると，

$$L=\frac{v_0{}^2\sin 2\theta}{2g}$$

答　$\dfrac{v_0{}^2\sin\theta\cos\theta}{g}\left(\text{または，}\dfrac{v_0{}^2\sin 2\theta}{2g}\right)$

(4)　(2)，(3)より，

$$\frac{H}{L}=\frac{\dfrac{v_0{}^2\sin^2\theta}{2g}}{\dfrac{v_0{}^2\sin\theta\cos\theta}{g}}=\frac{\sin\theta}{2\cos\theta}=\frac{1}{2}\tan\theta$$

よって，$\tan\theta=\dfrac{2H}{L}$　　答 $\dfrac{2H}{L}$

(5)　$v_0>0$ なので(2)より，$v_0=\dfrac{\sqrt{2gH}}{\sin\theta}$

(4)より，$\tan^2\theta=\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=\dfrac{\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta}=\dfrac{4H^2}{L^2}$

$$\frac{1}{\sin\theta}=\sqrt{\frac{4H^2+L^2}{4H^2}}$$

よって，$v_0=\sqrt{2gH}\sqrt{\dfrac{4H^2+L^2}{4H^2}}=\sqrt{\dfrac{g(4H^2+L^2)}{2H}}$

答 $\sqrt{\dfrac{g(4H^2+L^2)}{2H}}$

p.28　思考力を鍛える

1　(1)　小球Aを投げ出してから衝突するまでの時間を t_0 として，

$L=v_0t_0$　　よって，$t_0=\dfrac{L}{v_0}$

点Pの高さ h は，

$$h=H-\frac{1}{2}gt_0{}^2=H-\frac{1}{2}g\times\left(\frac{L}{v_0}\right)^2=H-\frac{gL^2}{2v_0{}^2}$$

答 $H-\dfrac{gL^2}{2v_0{}^2}$

(2)　$h>0$ であればよいので，

$h=H-\dfrac{gL^2}{2v_0{}^2}>0$　よって，$v_0>L\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$

答 $v_0>L\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$

(3)　水平右向きに x 軸，鉛直下向きに y 軸をとる。投げ出してからの時間を t，速度の x 成分，y 成分を小球Aについて $v_{\mathrm{A}x}$，$v_{\mathrm{A}y}$，小球Bについて $v_{\mathrm{B}x}$，$v_{\mathrm{B}y}$ とする。

Aは水平投射，Bは自由落下の式より，

$v_{\mathrm{A}x}=v_0$，$v_{\mathrm{A}y}=gt$

$v_{\mathrm{B}x}=0$，$v_{\mathrm{B}y}=gt$

Bから見たAの相対速度の x 成分，y 成分をそれぞれ u_x，u_y とすると，

$u_x=v_{\mathrm{A}x}-v_{\mathrm{B}x}=v_0-0=v_0$

$u_y=v_{\mathrm{A}y}-v_{\mathrm{B}y}=gt-gt=0$

相対速度の大きさは v_0 である。また，相対速度の鉛直成分が0なので向きは水平で，Bへ向かう向きである。

答 (例) Bへ向かって速さ v_0 で水平方向に等速直線運動をしている。