

## 第1部 様々な運動

力と運動についてまとめられた古典力学は、現代でも自動車や建築の設計、人工衛星の制御などに利用され、私たちの生活を支えている。

### 第1章 物体の運動 16

直線上・平面上の物体の運動の表し方や斜方投射、空気抵抗がはたらく落下運動について学習しよう。

### 第2章 力と運動 58

物体の運動は、物体が受ける力によって引き起こされる。力と運動の関係を表す**運動の三法則**について学習し、物体の様々な運動を予測してみよう。

### 第3章 剛体のつり合い 104

剛体が静止する条件を、力のつり合いと力のモーメントのつり合いから考えよう。

### 第4章 仕事とエネルギー 120

物体を動かす力には、仕事をしたりエネルギーを蓄えたりする性質がある。仕事やエネルギー、力学的エネルギー保存の法則について学習しよう。

### 第5章 運動量と力積 150

衝突や分裂をする物体の運動について、**運動量**や力学的エネルギーを用いて考えよう。また、**運動量保存の法則**について学習しよう。

### 第6章 円運動と単振動 172

**円運動**や**単振動**は一定の時間で同じ動きを繰り返す運動である。これらの運動の速度や加速度、周期、周期的な運動を引き起こす力について学習しよう。

### 第7章 万有引力 203

ケプラーの法則と万有引力の法則から、惑星の運動について考えよう。

太陽を周回する彗星

## 第1章 物体の運動

野球などのボールが複雑な動きをしていても選手がうまくバットで打ち返したりキャッチしたりできるのは、ボールの運動に規則性があり予測できるためである。物体の運動を表す量の関係を式やグラフを用いて理解し、運動の規則性を探る物理の探究をはじめよう。

### 第1節 運動の表し方

歩く人や電車など、運動する物体の「速い」「遅い」はどのようにして比べるとよいだろうか。また、「速さ」や「速度」といった言葉は日常生活でもよく使われるが、どういう意味だろうか。これらの量を定義し、物体の運動を正確に表す方法を考えよう。

#### A 速さ

##### 1 速さ

物体が運動しているとき、物体の移動距離を、移動に要した時間(経過時間)で割った量、すなわち、単位時間→Check, p. 283あたりの移動距離を**速さ** speed という。

速さ=移動距離/経過時間 (1)

式(1)で、時間の単位に**秒**(記号 **s**)、距離の単位に**メートル**(記号 **m**)を用いると、速さの単位は**メートル毎秒**(記号 **m/s**)となる。日常生活では、速さの単位に**キロメートル毎時**<sup>①</sup>(記号 **km/h**)などを使うこともあるが、物理では多くの場合、**m/s**を用いる。

#### ↓表1 いろいろなもののおよその速さ

##### ✓Check 単位時間

単位時間とは、1秒間、1分間、1時間などである。

何かの1の量を表すときに「単位〇〇あたり」という言葉を使う。

問1 500 mを40 sで走る電車と、100 mを10 sで走る短距離走者はどちらが速いか。

① $10^3$ は $10 \times 10 \times 10 = 1000$ を表す(→p. 283)。

②このキロメートル毎時を、日常生活ではよく「時速〇km」という。

##### 2 平均の速さと瞬間の速さ

図1(b)は、電車が駅を発車してから次の駅に停車するまでの速さの変化を、運転席にあるスピードメーター(速度計)から読み取ったものである。グラフから電車の速さは、駅を発車してからだんだんと速くなり、その後一定となる。やがて次の駅に近づくと、だんだんと

遅くなって停車する様子が読み取れる。この場合、2つの駅の間距離を、経過時間で割った量(式(1)で計算した速さ)は、この電車の**平均の速さ**→問2を表している。一方、スピードメーターの値は刻々と変化しており、各時刻における電車の速さを示している。これを**瞬間の速さ**③という。一般に、速さといえば、瞬間の速さをさす。

## ↑図1 電車の速さの変化

### やってみよう 人の運動の分析

- ①記録テープの一端を持ち、一定の速さで歩く。
- ②テープの各区間の速さを調べる。
- ③速さと時間の関係をグラフで表す。
- ④平均の速さをグラフに描き入れて比較しよう。

### 参考 速さの単位の変換

日常生活では、m/s以外にも様々な速さの単位が用いられている。例えば、電車や自動車など乗り物の速さにはkm/hが使われる。これらの単位は、距離の単位の関係1 km=1000 mなどと、時間の単位の関係1 h=3600 sなどを用いて変換することができる。例えば、90 km/hという速さの単位を次のようにm/sに変換できる。

$$90 \text{ km/h} = 90 \times (1 \text{ km}) / (1 \text{ h}) = 90 \times (1000 \text{ m}) / (3600 \text{ s}) = 25 \times (1 \text{ m}) / (1 \text{ s}) = 25 \text{ m/s}$$

問2 自転車が30 s間に150 m走ったとき、自転車の平均の速さは何m/sか。また、何km/hか。

③例えば、図1(b)で時刻20 sの瞬間の速さはグラフの縦軸から50 km/hと読み取れる。

## B 等速直線運動

1 等速直線運動を表す式 図2のように直線上を一定の速さで進む物体の運動を**等速直線運動** linear uniform motion という。一定の速さ  $v$  [m/s] で運動する物体の、移動距離  $x$  [m] は時間  $t$  [s] に比例しており、次式で表される。

**等速直線運動** 条件 直線上の運動で速さが一定

$$x = vt \quad (2)$$

$x$  [m] 移動距離

$v$  [m/s] 速さ

$t$  [s] 経過時間(time)

↑図2 等速直線運動をする模型自動車のストロボ写真(発光間隔 0.2 s, 目盛り単位 cm)

問3 長い直線道路を一定の速さで走る自転車が 30 s 間に 75 m 進んだ。自転車の速さを求めよ。また, 50 s 間に進む距離を求めよ。

## 2 等速直線運動を表すグラフ

物体が等速直線運動をする場合, 移動距離  $x$  と経過時間  $t$  との関係を表すグラフ→図3( $x-t$  グラフ)は傾きが一定の直線となる。その傾きは, 式(2)より, 物体の速さ  $v$  を表している。物体が等速直線運動をする場合, 速さ  $v$  と経過時間  $t$  との関係を表すグラフ→図4( $v-t$  グラフ)は  $t$  軸に平行な直線となる。ここで,  $t$  [s] 間の移動距離は, その間のグラフと  $t$  軸で囲まれた部分●の面積で表される。

↑図3 等速直線運動の  $x-t$  グラフ

↑図4 等速直線運動の  $v-t$  グラフ

問4 ある物体が等速直線運動をしている。このとき, 物体の移動距離  $x$  と経過時間  $t$  の関係は右図の  $x-t$  グラフのように表された。この物体の速さは何 m/s か。

## やってみよう 等速直線運動

- ①CD の穴をラベル面側からセロハンテープを貼って塞ぐ。
- ②ラベル面を上にしてなめらかな机の上ですべらせる。
- ③運動の様子を撮影し, 物体の位置や速さの変化を調べる。

## C 変位と速度

### 1 速度

「東向きに 20 m/s の速さ」と「西向きに 20 m/s の速さ」とでは, 速さは同じでも進む向きが違うので, 異なる運動である。そこで, 速さと運動の向きを合わせた量を考えて運動の状態を表すことにし, これを**速度**① velocity という。

物体が直線上を運動する場合, 直線の方のどちらかの向き②を正として座標軸をとることで, **速度の向きを正負の符号で表す**ことができる。

速度のように, 大きさとも向きをもつ量を**ベクトル**③という。

↑図5 速さと速度

問5 東西方向の高速道路を, 自動車Aは東向きに 20 m/s, 自動車Bは西向きに 25 m/s の

速さで走っている。東向きを正の向きとして、それぞれの速度を答えよ。

### 速度ベクトル

速度をベクトルとして記号で表すときは  $\vec{v}$  のように文字の上に  $\rightarrow$  を書き、図示するときは右図のように矢印で表す。このとき、矢印の向きは速度の向きを表し、矢印の長さは速度の大きさ(速さ)に比例するように描く。 $\vec{v}$  の矢印を省略して単に  $v$  と表すこともある。

**速度ベクトル** 速度ベクトルの大きさは、速さを表す。

- ① 速度が一定の運動は等速直線運動であり、**等速度運動**ともいう。
- ② 「方向」は例えば「南北方向」や「上下方向」のように一直線で表され、「向き」は例えば「北向き」「南向き」のように矢印で表すことができる一方である。
- ③ ベクトルに対し、長さ、時間、質量、温度などのように、向きをもたず大きさだけをもつ量を**スカラー**という(→p. 279)。

## LEVEL UP ベクトルの扱い方と速度

「位置」や「速度」は、大きさと向きをもつベクトルという量だと学習したけど、表し方は大きさだけをもつ量と何が違うのかなあ。

ここでは、「ベクトル」の表し方やベクトルの和・差の扱い方について学習してみよう。

## 1 ベクトルの表し方

ベクトルとは、大きさと向きをもつ量であり、始点から終点に向かう矢印で表される。ベクトルの大きさは矢印の長さ、向きは矢印の向きで表す。

記号で表すときは $\vec{a}$ のように文字の上に $\rightarrow$ をつけて表し、その大きさは $|\vec{a}|$ または $a$ と表す。

等しいベクトル 大きさと向きが同じ  $\vec{b}=\vec{a}$

逆ベクトル 大きさが同じで向きが逆  $\vec{c}=-\vec{a}$

零ベクトル 大きさが0のベクトル  $\vec{0}$

2 ベクトルの和  $\vec{a}+\vec{b}$ 

方法① 一方のベクトル $\vec{a}$ の終点にもう一方のベクトル $\vec{b}$ の始点を重ね、 $\vec{a}$ の始点から $\vec{b}$ の終点への矢印が2つのベクトルの和となる。

方法② 2つのベクトル $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ の始点を重ね、それぞれのベクトルを2辺とする平行四辺形を考え、重ねた始点から引いた対角線の矢印が2つのベクトルの和となる。これを平行四辺形の法則という。

3 ベクトルの差  $\vec{a}-\vec{b}$ 

方法①  $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の始点を重ね、 $\vec{b}$ の終点から $\vec{a}$ の終点に向けたベクトルを作図する。

方法②  $\vec{b}$ の逆ベクトル $-\vec{b}$ と $\vec{a}$ のベクトルの和を作図する。

問 i 次のベクトル $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ の和 $\vec{a}+\vec{b}$ を作図せよ。

問 ii 次のベクトル $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ の差 $\vec{a}-\vec{b}$ を作図せよ。

問 iii 次のベクトルを作図せよ。

(1) 速度 $\vec{v}_1$ 、 $\vec{v}_2$ の合成速度 $\vec{v}_1+\vec{v}_2$

(2) 速度 $\vec{v}_B$ と速度 $\vec{v}_A$ の差 $\vec{v}_B-\vec{v}_A$

サキドリ！ p.27 参照

## 相対速度

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

### 4 ベクトルの成分

ベクトル  $\vec{a}$  を右の図のように  $x$  軸方向の  $\vec{a}_x$  と  $y$  軸方向の  $\vec{a}_y$  に分解したとき,  $a_x, a_y$  を,  $\vec{a}$  の  $x$  成分,  $y$  成分といい,  $\vec{a} = (a_x, a_y)$  と表す。

また,  $\vec{a}$  の大きさ  $|\vec{a}|$  は, 三平方の定理  $\rightarrow$  p. 278 より  $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$  と表される。

問 iv 次のベクトルの  $x$  成分,  $y$  成分, 大きさ  $|\vec{a}|$  をそれぞれ求めよ。ただし, 図の 1 目盛りを 1 として, 単位は考えなくてよい。

## 2 位置ベクトル

物体の**位置** position は、座標で表すことができる。物体が直線上を運動するとき→図 6 下は、直線に沿って  $x$  軸をとる。

物体が平面内を運動するとき→図 6 上は、平面内に  $x$  軸と  $y$  軸をとると、座標  $(x, y)$  を用いて位置を表すことができる。

図 6 では、原点  $O$  から矢印を引いて点  $P$  の位置を表している。この矢印を**位置ベクトル**といい、物体の位置を、原点から見たときの向きと距離で示している。位置ベクトルを  $\vec{r}$  と書くと、 $\vec{r}$  が向きと大きさをもつ量なのに対し、位置ベクトルの大きさ  $r$  は距離のみを表す。

### ↑図 6 位置を表すベクトル

## 3 変位

図 7 のように、点  $P_1$  から点  $P_2$  への物体の移動を考えよう。位置ベクトル  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$  はそれぞれの点の位置を表す。初めの位置から終わりの位置に向かって引いた矢印(→)は、物体の位置の変化を表している。これを**変位** displacement (**変位ベクトル**)といい、位置が変化した向きと変化の大きさを表す。図 7 から、変位  $\Delta \vec{r}$  と位置ベクトルの関係は、次式で表されることが分かる。

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

変位は途中の経路には関係しない。初めと終わりの位置が同じであれば、どんな経路でも変位は同じである。図 8 の場合、経路が変わると動いた道のり(●)は変わるが、変位(→)は変わらない。

### ↑図 7 位置の変化を表すベクトル

### ↑図 8 変位と道のりが異なる場合

#### ✓Check 物理量の変化

(変化後の物理量) - (変化前の物理量)

①  $\Delta$  と次に続く文字の組で、 $\Delta$  の次に続く文字で表す量の変化分を表す。 $\Delta x$  は  $x$  で表す量の変化分を表し、 $\Delta$  と  $x$  の積ではない( $\Delta$  はギリシャ文字→p. 283)。

問 6  $x$  軸上の  $x=2.0$  m の位置にあった物体が  $x$  軸上を運動し、 $x=5.0$  m の位置に移動した。この間の物体の変位はどちら向きに何 m か。

## 4 平均の速度と瞬間の速度

図7のように、ある時間に物体が  $P_1$  から  $P_2$  へ移動するとき、**単位時間あたりの変位**を、この間の**平均の速度**という。平均の速度もベクトルである。経過時間  $\Delta t (= t_2 - t_1)$  の間の変位が  $\Delta \vec{r} (= \vec{r}_2 - \vec{r}_1)$  であるので、この間の平均の速度を  $\vec{v}$  と表すと、 $\vec{v}$  は次式で表される。

$$\vec{v} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) / (t_2 - t_1) = (\Delta \vec{r}) / (\Delta t) \quad (3)$$

#### ✓Check 時刻と時間

時刻とは、時系列上のある一瞬の点を表し、時間とは、ある時刻から別の時刻までの間隔を表すことが多い。

$\vec{v}$  の大きさ  $|\vec{v}|$  は  $(|\Delta \vec{r}|) / (\Delta t)$  に等しく、 $\vec{v}$  の向きは  $\Delta \vec{r}$  の向きと一致する。

図7で、 $t_2$  を  $t_1$  に近づけて  $\Delta t$  を限りなく0に近づけると、 $P_2$  は  $P_1$  に近づくので、式(3)は  $P_1$  を通過する時刻の**瞬間の速度**  $\vec{v}$  を表す。つまり、 $\vec{v}$  は物体がその瞬間に、どの向きにどんな速さで進んでいるかを表す。 $\vec{v}$  の大きさ  $v$  を**瞬間の速さ**といい、 $v = |\vec{v}|$  である。

一般に、速度や速さといえは、瞬間の速度や瞬間の速さを表す<sup>②</sup>。

速度の方向は、その時刻における物体の位置で、軌跡に引いた接線の方向と一致する→図9。

#### ↑図9 瞬間の速度

速度(瞬間の速度) 条件  $\Delta t$  を0に近づけた極限

$$\text{速度 } \vec{v} = (\Delta \vec{r}) / (\Delta t) \quad (4)$$

$$\text{速さ } v = |\vec{v}| = (|\Delta \vec{r}|) / (\Delta t) \quad (5)$$

速度の方向：軌跡の接線方向

$\vec{v}$  速度(velocity)

$\Delta \vec{r}$  変位(displacement)

$\Delta t$  経過時間(time)

$v$  速さ(speed)

②以後、瞬間の速度を  $v$  と表す。区別する場合は平均の速度を  $\vec{v}$  と書き、「ブイ・バー」と読む。 $\vec{v}$  は  $v$  をつけた量の平均を表す。

問7 船が右の図の→に沿って運動するとき、図中のそれぞれの点A, B, Cを通過する瞬間の速度の向きを図中に矢印で示せ。

#### 5 $x-t$ グラフと瞬間の速度

ある物体の運動が図10のような  $x-t$  グラフ(緑の曲線)で表されるとき、式(3)より、図10

の直線 PQ の傾きは、時刻  $t_1$  から時刻  $t_2$  までの**平均の速度**を表す。

一方で、時刻  $t_1$  での**瞬間の速度**とは、時刻  $t_2$  を時刻  $t_1$  に限りなく近づけたとき(図 10 で  $\Delta t$  を 0 s に近づけたとき)の速度である。このとき、直線 PQ は 1 つの接線 L に近づく。接線 L の傾きは、時刻  $t_1$  における瞬間の速度を表す。

#### ↑ 図 10 $x-t$ グラフと瞬間の速度

問 8 止まっていた自動車は東向きに動き出して、10 s 後には止まっていたところから 50 m、20 s 後には 200 m の位置を走っていた。東向きを正として、動き出して 10 s 後から 20 s 後の間の平均の速度を求めよ。

問 9 右の図は、 $x$  軸上を等速直線運動する 3 つの物体 A, B, C の  $x-t$  グラフである。

(1) A, B, C の速度を求めよ。

(2) 時刻  $t$  [s] における A, B, C の位置  $x_A$  [m],  $x_B$  [m],  $x_C$  [m] を、それぞれ  $t$  を用いて表せ。

#### ✓ Check $x-t$ グラフ

傾きが負の場合

→速度  $v$  は負

変位も負

#### ✓ Check

時刻  $t=0$  s での物体の位置が  $x=x_0$  であった場合、式(2)は  $x=x_0+vt$  となる。

#### 第 1 節の振り返り

□運動を表すとき「速さ」ではなく「速度」が必要になるのはどんなときか、具体例を考えよう。

## 第2節 相対速度と速度の合成

太平洋を飛行機で横断すると、偏西風の影響で東行きの方が西行きより所要時間が短い。風があるときとないときで、飛行機の速度はどのように異なるだろうか。

### A 速度の合成と分解

流れがある川で、流れと平行に船が進む場合を考えてみよう。このとき、地面に静止している人から見た、船の速度を考える→図 11。地面に対する川の流れの速度を  $v_1$  [m/s]、流れのない状態で船が進む速度<sup>④</sup>を  $v_2$  [m/s] とする。このとき、地面に対する船の速度  $v$  [m/s] は、次式で表される。

$$v = v_1 + v_2 \quad (6)$$

#### ↑図 11 速度の合成

物体の速度  $v$  が式(6)のように表されるとき、速度  $v$  を  $v_1$  と  $v_2$  の**合成速度**といい、合成速度を求めることを**速度の合成**という。直線上の運動では、どの向きを正とするかを考えてから速度の和をとる。

問 10 ある速さで流れる川を、地面から見て 3.0 m/s の速さで川上に向かって進む船がある。この船が進む向きを変えて川下に向かって進むと、地面から見て 6.0 m/s の速さであった。この川の流れの速さは何 m/s か。

### 1 平面上の速度の合成

次に、船が川を横切るように進む場合を考えてみよう→図 12。

地面に対する川の流れの速度を  $\vec{v}_1$  [m/s] とする。図 12 で P にあった船が、船首を水平面上の P' に向けて静水時の速度  $\vec{v}_2$  [m/s] で出発した。

#### ↑図 12 速度の合成

④流れのない湖水のような静止した水に対する速度を静水時の速度という。

船が出発したときの向きを保ったまま運動するものとする、船は川の水によって流されるので、地面から見ると P から Q に移動するように見える。つまり、地面に対する船の速度  $\vec{v}$  は、速度  $\vec{v}_1$ 、 $\vec{v}_2$  の和となる。

**速度の合成** 意味 合成速度  $\vec{v}$  は速度  $\vec{v}_1$  と速度  $\vec{v}_2$  の和

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad (7)$$

$\vec{v}$  [m/s] 合成速度(地面(基準)に対する船の速度)

$\vec{v}_1$  [m/s] 地面(基準)に対する川の水流の速度

$\vec{v}_2$  [m/s] 静水時の船の速度(流れのない水に対する船の速度)

問 11 流れのない水に対して 2.0 m/s の速さで進むことのできる船がある。この船を、地面に対して 1.5 m/s の速さで流れる川で、船首を川の流りに垂直な方向に保ったまま進めた。このとき、川岸に対する船の速さはいくらか。

## 2 速度の分解

式(7)は、速度  $\vec{v}$  を速度  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  に分ける式と考えることもできる。このような見方を**速度の分解**といい、分解された速度  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  を**分速度**という。

速度を分解する場合、互いに垂直な2つの方向に分けることが多い。図 13 では、船の速度  $\vec{v}$  を互いに垂直な  $x$  軸,  $y$  軸方向へ分解し、それぞれの分速度を  $\vec{v}_x$ ,  $\vec{v}_y$  としている。分速度  $\vec{v}_x$ ,  $\vec{v}_y$  の大きさに座標軸の正負の向きを表す符号をつけたものを、 $\vec{v}$  の  **$x$  成分**,  **$y$  成分** とい、それぞれ  $v_x$ ,  $v_y$  とすると、 $\vec{v} = (v_x, v_y)$  と表すことができる。このとき、 $\vec{v}$  の大きさ(速さ)を  $v$ ,  $\vec{v}$  と  $x$  軸とのなす角を  $\theta$  とすると、 $v_x$  や  $v_y$  と  $v$  との間には次の関係がある。

### ↑ 図 13 速度の分解

#### 速度の分解

$$v_x = v \cos \theta \quad v_y = v \sin \theta \quad (8)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (9)$$

$v_x$ ,  $v_y$  速度の  $x$  成分,  $y$  成分

$v$  速さ

$\theta$   $\vec{v}$  と  $x$  軸とのなす角

問 12 図 13 で  $\vec{v}$  の大きさ  $v$  が 5.0 m/s,  $\theta$  が  $30^\circ$  のとき、 $\vec{v}$  の  $x$  成分と  $y$  成分を求めよ。

## B 相対速度

図 14 のように、自転車に乗って地面に対して速度  $\vec{v}_A$  で進んでいる人 A から、速度  $\vec{v}_B$  で進む自動車 B を見る。このとき、A の速度によって、B が離れていくように見えたり→図 14(a)、止まって見えたり、近づいてくるように見えたりする→図 14(b)。つまり、観測者の運動状態によって、相手の運動の見え方に違いが生じ、地面に対する速度と異なる速度で見える。

このように、動く観測者 A から見た相手 B の速度を、**A に対する B の相対速度** $\vec{v}_{AB}$  という。A に対する B の相対速度は、観測される B の速度から、観測者 A の速度を引くことで求めら

れる。これは、図 15 のように、A と B の速度の向きが直線上にない場合も成り立つ。

**相対速度** 意味 A から見た B の速度

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \quad (10)$$

$\vec{v}_{AB}$  [m/s] A に対する B の相対速度

$\vec{v}_A$  [m/s] 地面(基準)に対する A の速度

$\vec{v}_B$  [m/s] 地面(基準)に対する B の速度

✓ Check

(相対速度)=(相手の速度)-(観測者の速度)

このように、観測者の運動状態により、物体の速度は異なって見えるため、物体の速度を表すときには、それがどのような運動をしている観測者から見たものであるかを明確にしなければならない。ただし、特に断りがない場合、地面上に静止した観測者から見たものとする。

↑ 図 14 相対速度(直線上の場合)

↑ 図 15 相対速度(平面上の場合)

❶ 「A に対する B の相対速度」を「A から見た B の相対速度」ということがある。

## 特集 相対速度

## STEP 1

！まず正の向きを定める。

(例) 東向きを正とする。

## STEP 2

観測者 A に対する相手 B の相対速度 = 相手 B の速度 - 観測者 A の速度

$$v_{AB} = v_B - v_A$$

右図のバスと自動車は、それぞれ東向きに 60 km/h, 30 km/h の速さで走っている。

向きを正とする。

(a) 自動車から見たバス

$$\text{ km/h} - \text{ km/h} = \text{ km/h}$$

バスは  向きに  km/h の速さで進むように見える。

(b) バスから見た自動車

$$\text{ km/h} - \text{ km/h} = \text{ km/h}$$

自動車は  向きに  km/h の速さで進むように見える。

## 例題① 相対速度

東向きに 60 km/h の速さで進む電車 A がある。次の問いに答えよ。

(1) 東向きに 80 km/h の速さで進む自動車 B を A から見ると、B はどちら向きに何 km/h の速さで進むように見えるか。

(2) 西向きに 50 km/h の速さで進むバイク C を A から見ると、C はどちら向きに何 km/h の速さで進むように見えるか。

**解** 以下、東向きを正の向きとする。

(1) 求める速度を  $v_{AB}$  とすると、式(10)より

$$v_{AB} = v_B - v_A = 80 \text{ km/h} - 60 \text{ km/h} = 20 \text{ km/h} \quad \underline{\text{東向きに 20 km/h}}$$

(2) 求める速度を  $v_{AC}$  とすると、式(10)より

$$v_{AC} = v_C - v_A = (-50 \text{ km/h}) - 60 \text{ km/h} = -110 \text{ km/h} \quad \underline{\text{西向きに 110 km/h}}$$

## ✓Check 速度の表し方

速度の向きと速さを正負の符号と大きさで表す。

$$v_A = + 60 \text{ km/h}$$

A の速度 東向き 速さ

$$v_C = - 50 \text{ km/h}$$

C の速度 西向き 速さ

## つながる指針

- ①正の向きを決めて、それぞれの速度を正負の符号と大きさで表す→Check。  
 ②式(10)を適用するとき、何から何を見ているか(何が観測者か)に注意する。

**類題①** 北向きに 80 km/h の速さで進む電車 A から見ると、電車 B は南向きに 30 km/h の速さで進むように見えた。電車 B の速さと向きを求めよ。

## なるほど ○に対する△の相対速度

Q 「A に対する B の相対速度」というのは、「A から見た B の速度」のことですか。

A 「A に対する」は「A から見た」という意味なので、「A に対する B の相対速度」は「A から見た B の速度」のことです。相対速度を表現する場合、「○から見た△の速度」という表現のほうが感覚的にとらえやすいですね。このように自分を観測者の立場に置くとわかりやすくなります。

しかし、川の流れの中を船が進むときに、「水から見た船の速度」といっても、実際に観測者が水とともに運動して船の運動を見ることはないため、不自然な表現となってしまいます。そこで、どのような場合にでも使えるように、「○から見た」の代わりに「○に対する」という表現を使います。

**例題②** 車窓から見た雨滴の相対速度

風がなく、雨滴が鉛直下向きに降っているとき、10 m/s の速さで水平に走っている電車の中から外を見たところ、雨滴が鉛直方向→p. 283 に対して  $60^\circ$  の角をなして前方から降ってくるように見えた。このとき、地上に対して雨滴が落下する速さは何 m/s か。

**解** 電車の速度を  $\vec{v}_A$ 、雨滴の速度を  $\vec{v}_B$  とする。電車に対する雨滴の相対速度を  $\vec{v}_{AB}$  とすると、式(10)より、 $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$  で、右の図のような関係にある。よって、雨滴が落下する速さ  $v_B$  は、 $v_B = (v_A) / (\tan 60^\circ) = (10 \text{ m/s}) / (\sqrt{3}) = (10\sqrt{3} \text{ m/s}) / 3 \doteq \underline{5.8 \text{ m/s}}$

## つながる指針

2つの速度をベクトルで表し、それらの差から相対速度を求める。

**類題②** 北から吹く風の中を自転車で東向きに 10 m/s の速さで走ると、風がちょうど北東から吹くように感じた。地面に対する風速は何 m/s か。

## 第2節の振り返り

□直進する2つの船に衝突の恐れがあるとき、互いに相手の運動はどのように見えるか。

□日傘は常に太陽に向けるが，雨傘は歩く速度に応じてどのように向きを変えるか。

❶平方根については，資料 1 も参照(→p. 282)。

### 第3節 加速度

スポーツカーのように急激に速度が変化するものや、電車のように徐々に速度が変化するものがある。物体の速度の変化の様子は、どのような量で表せばよいだろうか。

#### A 加速度

第1節では、速度が一定の場合の運動として等速直線運動を学習した。第2節では、等速直線運動する複数の物体の相対的な運動について学習した。しかし、私たちの身近にあるいろいろな運動について考えてみると、速度が変化する場合の方がより一般的であることに気づく。例えば、静止→Checkしている状態から動き出すだけでも、速度は変化しているといえる。速度が変化する場合でも、レーシングカーの発進のように急激に速度が増す場合もあれば、電車のように徐々に速度が増す場合もある。また、速度が減る場合もある。ここでは、速度の変化を表す量を考えることで、運動の様子を正確に表し、いろいろな物体の運動を比較しよう。

#### ✓Check 静止

速度  $0 \text{ m/s}$  の状態

#### ↑図16 いろいろなもののスタートダッシュのイメージ

速度が変化する運動として、A駅で静止している電車が出発して加速し、やがて減速して次のB駅で静止するまでの様子について探究1で考えてみよう。電車の速度はどのように変化するだろうか。また、その変化をどのようにして表現すればよいだろうか。A駅からB駅の向きを正として考えよう。

#### 探究1 電車の速度の変化の様子

**目的** 電車が駅を出発してから次の駅で停車するまでの速度を5sごとに記録した表から、物体の速度の変化の様子をどのように表せばよいか調べる。

#### ↓表i 電車の速度の変化

**方法** 駅を出発した電車が次の駅で停車するまでの速度をグラフで表す。

**結果の整理** ①電車が出発した時刻を  $0 \text{ s}$  として横軸に時刻、縦軸に速度をとる。

②表の値を(・)でグラフにはっきりと記入する。

③グラフ上の点の並び方を見て、なめらかに線を引く。

**分析と考察** グラフをもとに、電車の速度の変化の様子について分析する。その結果から、速度の変化の違いを数値化して表すにはどうすればよいか考察する。

**結果の整理** 表 i のデータからグラフを作成すると、図 17 のようになった。

時刻 100 s までの間、電車の速度は増加し続けているが、速度の変化の様子は時刻 45 s の前後で異なっている。前半に比べて後半の方が、時間あたりの速度の変化が小さくなっている。

また、125 s 以降では速度が一気に減少している。そこで、時刻

0 s～40 s(区間①)

50 s～80 s(区間②)

130 s～160 s(区間③)

の 3 つの区間における速度の変化の様子を比較しよう。

### ↑図 17 電車の速度の変化

#### ✓グラフを check!

区間①～③で速度の変化の様子が異なっていることを確認しよう。

その違いをどのように数値で表せばよいだろうか。

**分析** 各区間の速度の変化を数値で表すと、表 2 のようになる。

各区間での速度の変化の割合が一定であるとして、1 s あたりの速度の変化を求める。区間①と区間②ではともに速度は増加しているが、区間②では区間①よりも速度の変化がゆるやかになっている。これは、各区間で求めた数値を比較することでより正確にわかる。

また、区間③では速度が減少しており、その変化のしかたは区間①や区間②と比べて急激であることも、数値の比較によってわかる。

### ↓表 2 各区間の速度の変化

**考察** このように、1 s あたりの速度の変化を、速度の変化の状態を表す量として用いることで、物体の運動の変化の様子をとらえることができる。

#### 参考 グラフの描き方

**STEP 1** 実験などで得られたデータを表にまとめる。

**STEP 2** 縦軸と横軸を引き、横軸には「変化させた量」を、縦軸にはその結果「変化した量」をとる。また、軸の名称と単位を書く。

**STEP 3** それぞれの最大値がグラフに入るように、各軸に目盛りを入れる。

**STEP 4** 測定値を点(・)ではっきりと正確に記入し、点の並び方を見て、グラフが直線か曲線かを判断する。グラフにタイトルをつける。

物理では、このような物体の速度の変化の様子を表すのに単位時間<sup>①</sup>あたりの速度の変化を用い、これを**加速度** acceleration という。

$x$  軸上→図 18 を運動する電車の速度が変化する場合を考える。時刻  $t_1$  から  $t_2$  の間に、速度が  $v_1$  から  $v_2$  に変化した場合、経過  $\Delta t$  は時間  $\Delta t = t_2 - t_1$ 、速度の変化  $\Delta v$  は  $\Delta v = v_2 - v_1$  と表せるので、加速度  $a$  [m/s<sup>2</sup>] は以下のようなになる。

↑ 図 18 正の加速度(加速している場合)

↓ 表 3 いろいろな運動の加速度

**加速度** 意味 単位時間あたりの速度の変化

$$a = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1) = (\Delta v) / (\Delta t) \quad (11)$$

$a$  [m/s<sup>2</sup>] 加速度(acceleration)  $t_1$  [s],  $t_2$  [s] 時刻 ( $t_1 < t_2$ )

$v_1$  [m/s] 時刻  $t_1$  [s] での速度  $\Delta v = v_2 - v_1$  速度の変化

$v_2$  [m/s] 時刻  $t_2$  [s] での速度  $\Delta t = t_2 - t_1$  経過時間

加速度は、速度の変化(単位 m/s)を経過時間(単位 s)で割ったものであるから、その単位はメートル毎秒毎秒(記号 m/s<sup>2</sup>)となる。

探究 1 の表 i の単位を m/s に変換して各区間の加速度を求めると、次のようになる。

$$\text{区間①} : (18.9 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}) / (40 \text{ s} - 0 \text{ s}) = (18.9 \text{ m/s}) / (40 \text{ s}) \doteq \underline{\underline{0.47 \text{ m/s}^2}}$$

$$\text{区間②} : (27.8 \text{ m/s} - 21.1 \text{ m/s}) / (80 \text{ s} - 50 \text{ s}) = (6.7 \text{ m/s}) / (30 \text{ s}) \doteq \underline{\underline{0.22 \text{ m/s}^2}}$$

$$\text{区間③} : (5.8 \text{ m/s} - 26.7 \text{ m/s}) / (160 \text{ s} - 130 \text{ s}) = (-20.9 \text{ m/s}) / (30 \text{ s}) \doteq \underline{\underline{-0.70 \text{ m/s}^2}}$$

↓ 表 4 単位時間あたりの速度の変化

①通常、加速度は 1 s あたりの速度の変化をさす。

## 1 加速度の向き

図 19 のように電車が減速している場合、加速度は負の値となる。これは、電車の進む向きを正の向きとして、加速度が負の向きであることを示している。このとき、 $v$ - $t$  グラフの傾きも負となる。

速度と同じように、加速度も大きさと同じ向きをもつベクトルである。加速度の向きは、速度の変化の向きに等しい。

↑ 図 19 負の加速度(減速している場合) 加速度が負のとき、速度の変化は  $x$  軸の負の向きとなる。

### ✓Check 負の加速度

図 19 のように、加速度の値が負であっても、速度の値が負となるとは限らない。

問 13 自動車 A は、動き始めて 6.0 s 後に 12 m/s の速さになった。また、8 m/s の速さで進んでいた自動車 B は、加速して 8.0 s 後に 20 m/s の速さになった。A と B の加速度の大きさはそれぞれ何  $\text{m/s}^2$  か。

問 14  $x$  軸上を運動する物体の速度が、時刻 1.0 s には 6.0 m/s、時刻 3.0 s には 1.0 m/s であった。時刻 1.0 s から 3.0 s の間の平均の加速度は、どちら向きに何  $\text{m/s}^2$  か。

### 参考 $v$ - $t$ グラフと瞬間の加速度

加速度が刻々と変化する場合、物体の運動は右図のような  $v$ - $t$  グラフの曲線で表される。式(11)→p. 33 を使って求められる時刻  $t_1$  から  $t_2$  の間の加速度は、直線 PQ の傾きとなっている。これを**平均の加速度**という。

一方、時刻  $t_2$  を  $t_1$  に限りなく近づけたときの加速度は、時刻  $t_1$  における**瞬間の加速度**であり、点 P における接線 L の傾きで表される。一般に、加速度といえば瞬間の加速度をさす。

## 2 平均の加速度と瞬間の加速度

図 20(a)のように、物体が時刻  $t_1$  に点  $P_1$  を速度  $\vec{v}_1$  で通過し、時刻  $t_2$  に点  $P_2$  を速度  $\vec{v}_2$  で通過したとき、**単位時間あたりの速度の変化**をこの間の**平均の加速度**という。経過時間を  $\Delta t (= t_2 - t_1)$ 、速度の変化を  $\Delta \vec{v} (= \vec{v}_2 - \vec{v}_1)$  とすると、この間の平均の加速度  $\vec{a}$  は、次式で表される。

$$\vec{a} = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) / (t_2 - t_1) = (\Delta \vec{v}) / (\Delta t) \quad (12)$$

平均の加速度  $\vec{a}$  もまたベクトルであり、その向きは速度の変化  $\Delta \vec{v}$  の向きに一致する。そのため、速度  $\vec{v}_1$ 、 $\vec{v}_2$  や  $\Delta \vec{v}$  と平均の加速度  $\vec{a}$  との関係は図 20(b)のようになる。

$t_2$  を  $t_1$  に近づけて  $\Delta t$  を限りなく 0 に近づけると、 $P_2$  は  $P_1$  に近づくので、式(12)は  $P_1$  を通過する時刻の**瞬間の加速度**  $\vec{a}$  を表す。つまり、 $\vec{a}$  は物体の速度が、その瞬間にどの向きにどんな割合で変化しているかを表す。

一般に、加速度といえば瞬間の加速度をさす。加速度の大きさ  $a$  は  $a = |\vec{a}|$  であり、**加速度の向き**は、その**瞬間の速度の変化の向き**である。

### ↑ 図 20 加速度

問 15 東向きに 5.0 m/s で進む船が、10 s 後に北向きに 5.0 m/s となった。この間の平均

の加速度はどちら向きに何  $\text{m/s}^2$  か。

### 第3節の振り返り

□エレベータが1階から2階へ移動するとき、速度や加速度はどうなるか。上向きを正として、正負の符号で説明しよう。

## 第4節 等加速度直線運動

物体が斜面をくだるとき、物体の速度は刻々と変化するため、位置と速度と時刻は「等速直線運動」のように  $x=vt$  と表すことができない。それでは、位置と速度と時刻の関係はどのように表せばよいだろうか。

### A 等加速度直線運動

図 21 のように、なめらかな斜面上で模型自動車を静かにはなし、ストロボ写真を撮影して、運動を解析してみよう。

↑ 図 21 斜面をくだる模型自動車のストロボ写真(発光間隔 0.2 s, 目盛り単位 cm)

#### やってみよう 斜面をくだる模型自動車の運動の解析

- ① 図 21 から読み取った値をもとに各区間の平均の速さを求め、 $v-t$  グラフを描いてみよう。
- ② グラフの傾きに注目して、模型自動車の加速度の大きさを調べてみよう。

※  $v-t$  グラフを作成する際は、平均の速さを各区間の中央時刻の点に記す。

やってみようから、斜面をくだる模型自動車の  $v-t$  グラフを作成すると、傾きが一定の直線となる。 $v-t$  グラフの傾きは加速度→p. 34 参考を表すことから、模型自動車の加速度はほぼ一定であることがわかる。このような、加速度が一定の直線運動を**等加速度直線運動** linear motion of uniform acceleration という。

#### 1 速度を表す式

図 22 のように、初め速度が 4.0 m/s の車が加速度 2.0 m/s<sup>2</sup> で加速すると、速度は単位時間あたり 2.0 m/s ずつ変化する。

↑ 図 22 等加速度直線運動をする自動車

加速度  $a$  [m/s<sup>2</sup>] で等加速度直線運動をしている物体の時刻と速度の関係を考えよう。時刻 0 s における物体の速度(これを**初速度** initial velocity という)を  $v_0$  [m/s], 時刻  $t$  [s] における速度を  $v$  [m/s] とすると、式(11)→p. 33 で  $\Delta t=t-0$ ,  $\Delta v=v-v_0$  として、次式が得られる。

$$v=v_0+at \quad (13)$$

式(13)を  $v-t$  グラフ→図 23 に描くと、傾き  $a$  の直線となる。また、 $v$  軸の切片は初速度  $v_0$  を

表している。加速度が負の場合、 $v-t$  グラフは右下がりとなる。

↑ 図 23 等加速度直線運動の  $v-t$  グラフ ( $a > 0$  の場合)

✓ Check  $v-t$  グラフの傾き  $a = (\Delta v) / (\Delta t)$

傾き = (タテの量) / (ヨコの量) =  $(v - v_0) / (t - 0)$  = 加速度  $a$

(1 s 間に縦軸の値が  $a \times 1$  ずつ変化する)

✓ Check 1 次関数のグラフ

$y = b + ax \leftrightarrow v = v_0 + at$

( $x \leftrightarrow t, y \leftrightarrow v$  に対応)

問 16 東向きに速さ 10 m/s で進んでいた自動車が一定の加速度で速さを増し、5.0 s 後に東向きに 20 m/s の速さになった。このときの自動車の加速度はどちら向きに何  $\text{m/s}^2$  か。

## 2 位置を表す式

図 21 の運動で、物体が時刻  $t=0$  s に  $x$  軸の原点 ( $x=0$  m) を通過したとすると、時刻  $t$  [s] における物体の位置  $x$  [m] は、図 24 の  $v-t$  グラフの台形 OABC の面積に等しい。

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (14)$$

↑ 図 24 等加速度直線運動の  $v-t$  グラフと変位

### $v-t$ グラフと変位

図 i (a) :  $v-t$  グラフを短い時間間隔  $\Delta t$  に分けて考える。  $\Delta t$  が十分に小さい場合、この間は等速度とみなすと、時刻  $t'$  から時刻  $t' + \Delta t$  までの変位は  $v' \Delta t$  (斜線部分の長方形の面積) と近似できる。よって、時刻 0 s から時刻  $t$  までの変位は、すべての細長い長方形の面積を足し合わせたもので近似できる。

図 i (b) :  $\Delta t$  をきわめて短くしていくと、最終的に台形 OABC ( $v-t$  グラフと  $t$  軸で囲まれた部分) の面積に等しくなる。これは、等加速度直線運動以外でも成り立つ。

↑ 図 i  $v-t$  グラフと変位の関係

## 3 等加速度直線運動を表す 3 つの式

式(13), (14)より  $t$  を消去し整理すると、位置と速度の関係を表す式(15)が得られる。

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad (15)$$

式(13)より  $t = (v - v_0) / a$ , これを式(14)に代入して

$$\begin{aligned} x &= v_0 \left( \frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left( \frac{v - v_0}{a} \right)^2 \\ &= (2v v_0 - 2v_0^2 + v^2 - 2v v_0 + v_0^2) / (2a) = (v^2 - v_0^2) / (2a) \end{aligned}$$

よって,  $v^2 - v_0^2 = 2ax \quad (15)$

### 等加速度直線運動

$$v = v_0 + at \quad (13)$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (14)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad (15) \quad t \text{ を消去}$$

$v$  [m/s] 時刻  $t$  での物体の速度

$v_0$  [m/s] 時刻  $t=0$  での物体の速度(初速度)

$a$  [m/s<sup>2</sup>] 物体の加速度  $t$  [s] 時刻(time)

$x$  [m] 時刻  $t$  での物体の位置(時刻  $t=0$  で  $x=0$ )

問 17 速さ 10 m/s で進んでいた自動車は, 3.0 m/s の一定の加速度で速さを増しながら 4.0 s 間進んだ。この間に自動車は何 m 進んだか。

問 18 停止していたリニアモーターカーが直線軌道上を一定の大きさの加速度で走り出し,  $1.0 \times 10^2$  s 間に 7.0 km 走って最高速度に達した。最高速度に達するまでの加速度の大きさはいくらか。また, 最高速度の大きさはいくらか。

### 4 加速度が負の運動

図 25 のように, なめらかな斜面に沿って上向きを正として  $x$  軸をとる。原点 0 から, 時刻 0 s に  $x$  軸の正の向きに初速度  $v_0$  [m/s] を与えて小球を打ち出す。この小球の運動を表す  $v-t$  グラフと  $x-t$  グラフは, それぞれ図 26(a), (b) のようになり, 小球は常に一定の負の加速度  $a$  [m/s<sup>2</sup>] で運動している。

このとき, 小球は最高点に達する時刻  $t_1$  までは正の向きに進み, **最高点で速度が 0 m/s になる**。その後, 小球は負の向きに進みながら加速し, 速度は負の向きにその大きさを増していく。

また, 図 26(a) で, 時刻  $t_1$  から時刻  $t_2$  までの間に負の向きに進んだ距離は,  $v-t$  グラフと  $t$  軸で囲まれた三角形 BCD の面積で表される。

このような**加速度  $a$  が負の等加速度直線運動**でも, 時刻  $t$  での物体の速度  $v$  や位置  $x$  について, 式(13)~(15)が成り立つ。

## ↑ 図 25 加速度が負の等加速度直線運動

↑ 図 26 加速度が負の等加速度直線運動のグラフ 時刻  $t_1$  は,  $t_1 = (v_0)/(|a|)$  ①

問 19 20 m/s の速さで直線軌道を走っていた列車が、ブレーキをかけて一定の加速度で減速し、400 m 進んだところで停止した。この列車の加速度の向きと大きさを求めよ。また、ブレーキをかけ始めてから停止するまでの時間を求めよ。

①  $| \quad |$  は絶対値を表す記号で,  $| \quad |$  中のベクトルやスカラーの大きさを表す(→p. 276)。例えば,  $|2|=2$ ,  $|-3|=3$  であり, 加速度  $a$  の場合,  $|a|$  は加速度  $a$  の大きさを表す。

問 20 時刻 0 s になめらかな斜面上に上向きに速さ 2.0 m/s で小球を打ち出したところ, 斜面上を滑って下向きに大きさ  $2.5 \text{ m/s}^2$  の加速度で等加速度直線運動をして, 元の位置に戻った。打ち出した位置から最も離れたときの時刻と, 元の位置に戻ったときの時刻をそれぞれ求めよ。

## やってみよう 等加速度直線運動

- ① 木板で作った斜面上に力学台車を置いて静かにはなす。
- ② 台車が斜面をくだるときの位置や速度と時間の関係を調べる。
- ③ 同じ斜面上に置いた台車に, 斜面上を滑って上向きの初速度を与え, 台車が斜面をのぼるときの位置や速度と時間の関係も調べる。
- ④ これらの結果から, 台車が斜面をくだるときの加速度とのぼるときの加速度をそれぞれ求め, それらの間の関係を調べる。

## ✓ Check 静かに

初速度の大きさ 0 で

→p. 283 物理で使う用語・表現

なるほど 等加速度直線運動を表す式に出てくる  $x$  とは?

Q 等加速度直線運動を表す式に出てくる  $x$  は, 物体が移動した距離のことと考えてよいのでしょうか。

A 等加速度直線運動を表す式(14)→p. 38 に出てくる  $x$  は時刻  $t$  での物体の位置です。言いかえると, これは時刻 0 s での位置(原点)からの変位①→を表しています。

初速度の向きと加速度の向きが逆の等加速度直線運動の場合, これは物体が移動した距離→とは必ずしも一致しません。

図 i のように, 時刻 0 s から  $t_2$  の間に物体が移動した(経路に沿った)距離  $L$  は,  $v-t$  グラフ

を用いて示すと、

図 i の  $OP$ =図 ii の  $\triangle OAB$  の面積  $S_1$

図 i の  $PQ$ =図 ii の  $\triangle DCB$  の面積  $S_2$

より、 $L=OP+PQ=S_1+S_2$  となります。

$v < 0$  となる間は、物体は  $x$  軸の負の向きに進むことから、時刻  $t_2$  での物体の位置  $x$  は、 $x=OP-PQ=S_1-S_2$  となります。

このように、途中で運動の向きが変わる場合は、物体の位置  $x$  を物体が移動した距離と考えることはできません。

↑ 図 i

↑ 図 ii

①時刻  $0$  s での位置  $x_0$  が原点でない場合、位置  $x$  と変位  $\Delta x (=x-x_0)$  は一致しない。 $x$  は位置を表し、 $x_0=0$  の場合のみ  $\Delta x=x$  となり、位置の値と変位の値が一致する。

### 例題③ 等速直線運動と等加速度直線運動

右の図のように、小球 A は  $x$  軸上を正の向きに  $5.0$  m/s の速さで等速直線運動をし、時刻  $t=0$  s に原点  $0$  を通過する。また、原点  $0$  にあった小球 B は、時刻  $t=0$  s から初速度  $0$  で等加速度直線運動を始め、 $t=10$  s のとき、 $x$  軸の正の向きに  $5.0$  m/s の速さであった。次の問いに答えよ。

- (1) A, B の運動を表す  $v-t$  グラフをそれぞれ描け。
- (2)  $t=10$  s での、A, B の位置をそれぞれ求めよ。
- (3) B が A に追いつく時刻と、そのときの位置を求めよ。

解 (1) A, B の  $v-t$  グラフはそれぞれ  $t$  軸に平行な直線と原点を通る直線である。

(2) 時刻  $t$  での A, B の位置をそれぞれ  $x_A$ ,  $x_B$  とする。A は等速直線運動をするので式(2)→p. 18 より、

$$x_A = 5.0 \text{ m/s} \times t \quad \cdots \text{①}$$

B の加速度を  $a$  とすると、式(13)→p. 38 より、

$$5.0 \text{ m/s} = 0 \text{ m/s} + a \times 10 \text{ s}$$

$$\text{よって } a = 0.50 \text{ m/s}^2$$

式(14)→p. 38 より、

$$x_B = 0 \text{ m/s} \times t + 1/2 \times 0.50 \text{ m/s}^2 \times t^2 \quad \cdots \text{②}$$

$t=10$  s をそれぞれ式①, ②に代入して、

$$x_A = 5.0 \text{ m/s} \times 10 \text{ s} = \underline{50 \text{ m}}, \quad x_B = 1/2 \times 0.50 \text{ m/s}^2 \times (10 \text{ s})^2 = \underline{25 \text{ m}}$$

(3)  $x_A = x_B$  となるときなので、B が A に追いつく時刻を  $t$  として、式①、②より、

$$5.0 \text{ m/s} \times t = 0 \text{ m/s} \times t + \frac{1}{2} \times 0.50 \text{ m/s}^2 \times t^2 \quad \text{よって、} t = \underline{20 \text{ s}}$$

このときの A、B の位置は、式①(式②でもよい)に  $t = 20 \text{ s}$  を代入して、

$$5.0 \text{ m/s} \times 20 \text{ s} = \underline{1.0 \times 10^2 \text{ m}}$$

### つながる指針

①等速直線運動、等加速度直線運動の  $v-t$  グラフの特徴に着目する。等速直線運動では傾きが 0、等加速度直線運動では傾きが一定となる。

②等加速度直線運動の 3 つの式のうち、どれを用いるかは、既知の量と求める量の関係から判断する。

**類題③** 例題③の小球 A、B の運動について、次の問いに答えよ。

- (1)  $0 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s}$  の間で、A と B との間の距離が最も大きくなる時刻を求めよ。
- (2) A、B の運動を表す  $x-t$  グラフをそれぞれ描け。

### 例題④ 等加速度直線運動

$x$  軸上の原点 0 から、時刻  $t = 0 \text{ s}$  に  $x$  軸の正の向きに初速度の大きさ  $0.60 \text{ m/s}$  で小球を打ち出したところ、 $t = 2.0 \text{ s}$  に  $x = 0.80 \text{ m}$  の点を正の向きに通過した。小球は等加速度直線運動をするものとして、次の問いに答えよ。

- (1) この小球の加速度を求めよ。
- (2) 小球が再び  $x = 0.80 \text{ m}$  の位置を通過する時刻と、そのときの速度を求めよ。

**解** (1) 「 $x = v_0 t + (1)/(2) a t^2 \rightarrow$  p. 38 式(14)」で  $x = 0.80 \text{ m}$ 、 $v_0 = 0.60 \text{ m/s}$ 、 $t = 2.0 \text{ s}$  とおいて、

$$0.80 \text{ m} = 0.60 \text{ m/s} \times 2.0 \text{ s} + \frac{1}{2} \times a \times (2.0 \text{ s})^2$$

よって、加速度  $a = \underline{-0.20 \text{ m/s}^2}$

(2) 「 $x = v_0 t + (1)/(2) a t^2 \rightarrow$  p. 38 式(14)」で  $x = 0.80 \text{ m}$ 、 $v_0 = 0.60 \text{ m/s}$ 、 $a = -0.20 \text{ m/s}^2$  とおいて、

$$0.80 \text{ m} = 0.60 \text{ m/s} \times t + \frac{1}{2} \times (-0.20 \text{ m/s}^2) \times t^2$$

これから、 $(t - 2.0 \text{ s})(t - 4.0 \text{ s}) = 0$  よって、 $t = 2.0 \text{ s}$ 、 $4.0 \text{ s}$

$t = 2.0 \text{ s}$  は初めに通過したときなので、再び  $x = 0.80 \text{ m}$  の位置を通過する時刻  $t$  は、 $t = \underline{4.0 \text{ s}}$

このとき、小球の速度  $v$  は、「 $v = v_0 + a t \rightarrow$  p. 38 式(13)」で  $v_0 = 0.60 \text{ m/s}$ 、

$a = -0.20 \text{ m/s}^2$ 、 $t = 4.0 \text{ s}$  とおいて、

$$v = 0.60 \text{ m/s} + (-0.20 \text{ m/s}^2) \times 4.0 \text{ s} = \underline{-0.20 \text{ m/s}}$$

### ✓ Check

小球の運動は、速度の向きが変わる時刻( $t = 3.0 \text{ s}$ )において対称。

## つながる指針

- ①問題文に示された状況を，小球の速度の向きに注意して， $x$  軸も含めて図に描く。
- ②等加速度直線運動の 3 つの式のうち，どれを用いるかは，既知の量と求める量の関係から判断する。

**類題④** 例題④の小球の運動について，次の問いに答えよ。

- (1) 小球が再び  $x$  軸上の原点  $O$  を通過する時刻と，そのときの速度を求めよ。
- (2) 時刻  $0$  s から  $6.0$  s までの  $v-t$  グラフと  $x-t$  グラフをそれぞれ描け。

問 21 右図は，ある列車が A 駅を出発してから B 駅に到着するまでの  $v-t$  グラフである。この列車が A 駅を出発してから B 駅に到着するまでの列車の加速度  $a$  と位置  $x$  の時間変化を表すグラフをそれぞれ描け。

**まとめ 等速直線運動と等加速度直線運動の式とグラフ**

時刻  $t=0$  での位置を原点 ( $x=0$ ) とする

**等速直線運動**

$$x=vt$$

**等加速度直線運動**

$$v=v_0+at \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x=v_0 t + (1/2) at^2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\rightarrow t \text{ を消去 } \quad v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \cdots \textcircled{3}$$

**第4節の振り返り**

□ 加速度が負の場合の等加速度直線運動では、原点から最高点に達するまでの時間と、最高点から原点まで戻ってくる時間にはどのような関係があるだろうか。

## 第5節 落体の運動

同じ大きさ・厚さの丸めた紙と箱状に折った紙を同時に落下させると、どちらの方が速く落下するだろうか。

同じ大きさ・厚さの丸めた紙Aと、箱状に折った紙Bを同時に落下させると、Aの方が速く落下する。この結果から、質量が同じでも、形によって落下運動の様子は異なることがわかる。これは、空気による物体の運動を妨げるはたらき(空気抵抗)が異なるからである。一方、真空中で鉄球と羽毛を同時に落下させると、質量に関係なく同じように落下する→図27。空気抵抗が無視できれば、物体は質量に関係なく、同じ加速度で落下することがわかる。

↑図27 空気抵抗がはたらかない真空中での鉄球と羽毛の落下のストロボ写真

### A 自由落下

重力→p.59 だけを受けて、初速度0で落下する運動を**自由落下** free fall という。鉄球のように、重い物体を空気中で落下させる場合、落下する速さが小さい間は空気抵抗の影響は小さく、自由落下とみなせる<sup>①</sup>。

鉛直下向きを正として、自由落下する物体の運動を分析する→図29。各区間の平均の速度を求め、 $v-t$ グラフ→図28を作成すると、物体は等加速度直線運動をしていることがわかる。このときの加速度を**重力加速度** acceleration of gravity (gravitational acceleration) といい、その大きさを記号  $g$  で表す。重力加速度の大きさ  $g$  の値は、緯度や標高などによってわずかに異なるが、同じ場所では物体の質量によらず一定であり、地球上では約  $9.8 \text{ m/s}^2$ →p.288 である→図30。

#### ✓Check 鉛直下向き

重力がはたらく向き

←図28 自由落下の  $v-t$  グラフ

→図29 自由落下のストロボ写真(発光間隔  $1/(30) \text{ s}$ )

↑図30 各地の重力加速度の大きさ

↑図31 自由落下とそのグラフ

①空気の抵抗力の大きさは物体の速さが速いほど大きいため、落下する速が増すと自由

落下とみなせなくなる(→p. 101)。以後、特に断らないかぎり、空気抵抗はないものとする。

物体が自由落下を始めた位置を原点 0 として、鉛直下向きに  $y$  軸をとる→図 31。落下し始めた時刻を 0 s として、 $t$  [s] における物体の速度を  $v$  [m/s]、位置を  $y$  [m] とする。初速度  $v_0$  が 0 m/s、加速度  $a$  が鉛直下向きに大きさ  $g$  [m/s<sup>2</sup>] なので、等加速度直線運動の式→p. 38 で、 $x$  を  $y$  に変えて、 $v_0=0$  m/s、 $a=g$  を代入すると、次式が得られる。

$$v=gt \quad (16)$$

$$y=(1)/(2)gt^2 \quad (17)$$

$$v^2=2gy \quad (18)$$

#### ✓Check

$$v=v_0+at \quad (13)$$

$$x=v_0t+(1)/(2)at^2 \quad (14)$$

$$v^2-v_0^2=2ax \quad (15)$$

#### ✓Check

鉛直下向きに大きさ 9.8 m/s<sup>2</sup> の加速度 ⇔ 1 s 間に速度が下向きに 9.8 m/s 変化する

問 22 水面より高さ 4.9 m のところから、小石を静かにはなした。小石が水面に達するまでの時間と、水面に達する直前の小石の速さを求めよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s<sup>2</sup> とする。

#### ✓Check 静かに

初速度の大きさ 0 で

→p. 283 物理で使う用語・表現

## B 鉛直投射

次に、初速度  $v_0$  で重力だけを受けて落下する運動について考える。鉛直方向→Check に投げられた物体はどのような運動をするのだろうか。

#### ✓Check

鉛直方向：重力がはたらく方向

水平方向：鉛直方向と直交する方向

### 1 鉛直投げおろし

図 32 のように、物体を鉛直下向きに初速度の大きさ  $v_0$  で投げおろしたときの運動を調べる。鉛直下向きを正として、得られる  $v-t$  グラフ→図 33(a)から、物体はその質量や初速度の大きさに関係なく、自由落下の場合と同じ鉛直下向きに大きさ  $g$  の加速度で等加速度直線運動をしていることがわかる。

物体を投げおろした位置を原点 0 として、鉛直下向きに  $y$  軸をとる。投げおろした時刻を 0 s として、初速度の大きさを  $v_0$ 、時刻  $t$  における物体の速度を  $v$ 、位置を  $y$  として、等加速度直線運動の式→p. 38 で、 $x$  を  $y$  に変えて、 $a=g$  を代入すると、次式が得られる。

$$v=v_0+gt \quad (19)$$

$$y=v_0 t+(1)/(2)gt^2 \quad (20)$$

$$v^2-v_0^2=2gy \quad (21)$$

### ✓ Check

$$v=v_0+at \quad (13)$$

$$x=v_0 t+(1)/(2)at^2 \quad (14)$$

$$v^2-v_0^2=2ax \quad (15)$$

問 23 橋の上から小石を初速度の大きさ 5.0 m/s で鉛直下向きに投げおろしたところ、2.0 s 後に水面に達した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s<sup>2</sup> として、次の問いに答えよ。

- (1) 水面に達する直前の小石の速さを求めよ。
- (2) 投げおろした位置の水面からの高さを求めよ。

↑ 図 32 鉛直投げおろし 初速度の向き(鉛直下向き)を正にとっている。

↑ 図 33 鉛直投げおろしのグラフ

## 2 鉛直投げ上げ

図 35 のように、物体を鉛直上向きに初速度の大きさ  $v_0$  で投げ上げたときの運動→図 34 を調べる。鉛直上向きを正として、得られる  $v-t$  グラフ→図 36 から、物体はその質量や初速度の大きさに関係なく、常に鉛直下向きに大きさ  $g$  の加速度で等加速度直線運動をしていることがわかる。

投げ上げた時刻を 0 s として、時刻  $t$  における物体の速度を  $v$ 、位置を  $y$  として、等加速度直線運動の式→p. 38 で、 $x$  を  $y$  に変えて、 $a=-g$  を代入すると、次式が得られる。

$$v=v_0-gt \quad (22)$$

$$y=v_0 t-(1)/(2)gt^2 \quad (23)$$

$$v^2 - v_0^2 = -2gy \quad (24)$$

$$v = v_0 + at \quad (13)$$

$$x = v_0 t + (1/2) at^2 \quad (14)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad (15)$$

↑ 図 34 鉛直に投げ上げた物体のストロボ写真(発光間隔 1/(40) s)

↑ 図 35 鉛直投げ上げ 鉛直上向きを正にとっている。

↑ 図 36 鉛直投げ上げのグラフ

#### ✓ Check 鉛直投げ上げの対称性

- ① 最高点に達するまでと達した後で同じ位置を 2 回通過することになるので、最高点を除き、同じ  $y$  の値をもつ時刻が 2 回ある。
- ② 鉛直投げ上げ運動の位置と速度の関係は、最高点に対して対称となる。投げ上げてから最高点に達するまでの時間が  $t_1$  であれば、投げ上げた地点に戻るまでの時間は  $t_2 = 2t_1$  となる。
- ③ 同じ位置を通過するとき、速度の大きさは等しく逆向きになる。つまり投げ上げた地点に戻ってきたときの速さは、投げ上げた速さと同じである。

### 実験 1 重力加速度の測定

**目的** 物体を自由落下させ、重力加速度の大きさを測定する。

**準備** ボール(ハンドボールなど)、距離センサー、パソコン計測システム、スタンド

**方法** ① 右の図のように装置を組み立てる。

② パソコン計測システムを使い、ボールの落下する距離や速度の時間的な変化を測定する。

③ 質量の異なるボールを使って、同様の実験を行う。

**結果の整理** データ処理ソフト、または表計算ソフトを用いて、測定した結果からボールの落下する速度  $v$  と落下時間  $t$  との関係を表す  $v-t$  グラフを描く。

**考察** ①  $v-t$  グラフの傾きから、重力加速度の大きさを求める。また、質量の異なる物体を使って実験した結果からも重力加速度の大きさを求め、それらを比較する。結果が異なった場合、その原因として何が考えられるか。

② 測定の精度を上げるためには、実験をどのように改良すればよいか。

### なるほど 落体の運動

Q 自由落下や鉛直投げおろし、鉛直投げ上げと、式がたくさん出てきて、覚えるのが大変

です。

A これらの運動は、式を覚えるのではなく、すべて**等加速度直線運動の式**→p. 38 を出発点として考えましょう。例えば自由落下は、「鉛直下向きを正とすると、初速度が0で加速度が  $g$  の**等加速度直線運動**」です。よって、等加速度直線運動の式に初速度  $v_0=0$ 、加速度に  $a=g$  を代入して、導くことができます。

等加速度直線運動の式

$$v=v_0+at$$

$$x=v_0 t+(1)/(2) at^2$$

$$v^2-v_0^2=2ax$$

自由落下(鉛直下向きを正としたとき)

$x \rightarrow y$  に変える。

初速度  $0 \rightarrow v_0=0$

加速度  $a=g$

自由落下の式

$$v=gt$$

$$y=(1)/(2) gt^2$$

$$v^2=2gy$$

### 例題⑤ 鉛直投げ上げ

時刻  $t=0$  s に高さ 14.7 m のビルの屋上から、鉛直上向きに 9.8 m/s の速さで物体を投げ上げた。重力加速度の大きさを  $9.8 \text{ m/s}^2$  として、次の問いに答えよ。

- (1) 物体が最高点に達する時刻を求めよ。また、そのときの投げ上げた点からの高さを求めよ。
- (2) 地面に落下する時刻と、そのときの速度を求めよ。

**解** (1) ビルの屋上を原点とし、鉛直上向きに  $y$  軸をとる。「 $v=v_0-gt \rightarrow$ p. 47 式(22)」で、  
 $v=0 \text{ m/s}$ ,  $v_0=9.8 \text{ m/s}$ ,  $g=9.8 \text{ m/s}^2$  とおいて、

$$0 \text{ m/s}=9.8 \text{ m/s}-9.8 \text{ m/s}^2 \times t \quad \text{よって、} t=\underline{1.0 \text{ s}}$$

「 $v^2-v_0^2=-2gy \rightarrow$ p. 47 式(24)」より、

$$(0 \text{ m/s})^2-(9.8 \text{ m/s})^2=-2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times y \quad \text{よって、} y=\underline{4.9 \text{ m}}$$

(2) 物体が地面に達するとき、物体の位置  $y$  は、 $y=-14.7 \text{ m}$  であるから、「 $y=v_0 t-(1)/(2) gt^2 \rightarrow$ p. 47 式(23)」で、 $y=-14.7 \text{ m}$ ,  $v_0=9.8 \text{ m/s}$ ,  $g=9.8 \text{ m/s}^2$  とおいて、

$$-14.7 \text{ m}=9.8 \text{ m/s} \times t-(1)/(2) \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times t^2$$

これから、 $t=3.0\text{ s}$ ,  $-1.0\text{ s}$   $t>0\text{ s}$  より、 $t=\underline{3.0\text{ s}}$

「 $v=v_0-gt$ →p.47式(22)」より、

$$v=9.8\text{ m/s}-9.8\text{ m/s}^2\times 3.0\text{ s}=-19.6\text{ m/s}\doteq -20\text{ m/s}$$

鉛直下向きに 20 m/s

#### ✓Check

物体を投げ上げた後に地面に落下するので  $t=-1.0\text{ s}$  は適さない。

#### つながる指針

- ①物体を投げ上げた点を原点として、初速度の向きを正とする。
- ②物体が最高点に達したとき、物体の速度は0である。

**類題④** 時刻  $t=0\text{ s}$  に鉛直上向きに初速度の大きさ  $v_0=4.9\text{ m/s}$  で物体を投げ上げた。鉛直上向きを正、重力加速度の大きさを  $9.8\text{ m/s}^2$  として、次の問いに答えよ。

- (1) 時刻  $t$  における物体の速度  $v$  を、 $v-t$  グラフに表せ。
- (2) 物体が初めの位置に戻る時刻と、そのときの物体の速度を求めよ。
- (3) 投げ上げてから  $0.30\text{ s}$  後と同じ高さを物体が通過したのはいつか。

問 24 時刻  $t=0\text{ s}$  に地上の点 P から、鉛直上向きに初速度の大きさ  $v_0$  [m/s] で物体 A を投げ上げるのと同時に、ある高さの点 Q から物体 B を自由落下させた。鉛直上向きを正として、時刻  $t$  における物体 A, B の速度  $v_A$ ,  $v_B$  を、それぞれ  $v-t$  グラフに表せ。

#### 第 5 節の振り返り

□自由落下と鉛直投射には、どのような共通点と相違点があるだろうか。式やグラフを用いて説明してみよう。

## 第6節 放物運動

水平方向に投げ出された物体の運動は、直線運動にはならない。水平方向と鉛直方向にそれぞれどのような運動をしているか考えてみよう。

物体を水平方向や斜め方向に投げ出したときの運動を**放物運動** parabolic motion という。このときの運動の道筋(軌跡)は2次関数で表され、**放物線**とよばれる→p. 278。

### ✓Check 2次関数のグラフと式

一般に、2次関数の式は  $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$  で表される(→p. 278)。

例  $y=ax^2(a < 0)$

例  $y=ax^2+bx(a < 0 \quad b > 0)$

## A 水平投射

### ↑図37 水平投射した物体のストロボ写真(a)と速度ベクトル(b)

放物運動のうち水平方向に投げ出す運動を**水平投射**という。図37は、自由落下する物体と、それと同時に水平投射した物体のストロボ写真である。水平投射を水平方向と鉛直方向に分解してみると、物体は水平方向には等速度運動をし、鉛直方向には自由落下と同じ運動→p. 44 をしていることがわかる。また、水平投射した物体の速度は、 $\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t$  より、時間  $\Delta t$  ごとに  $g\Delta t$  ずつ鉛直下向きに変化する→図37(b)。

### 1 水平投射の式

図38のように、物体を水平方向に初速度の大きさ  $v_0$  で投げ出したときの運動を考える。物体を投げ出した位置を原点  $O$  として、初速度の向きに  $x$  軸、鉛直下向きに  $y$  軸をとる。物体を投げ出した時刻を  $t=0$  として、時刻  $t$  における物体の位置  $P$  の座標を  $(x, y)$ 、速度  $\vec{v}$  の  $x, y$  成分を  $v_x, v_y$  とする。

物体は  $x$  軸方向には正の向きに速さ  $v_0$  の等速度運動をするので、次式が成り立つ。

$$v_x = v_0 \quad (25)$$

$$x = v_0 t \quad (26)$$

また、 $y$  軸方向には自由落下(初速度が  $0$ 、加速度が  $g$  の等加速度運動)と同じ運動をするので、等加速度直線運動の式より、次式が得られる。

$$v_y = gt \quad (27)$$

$$y = (1/2)gt^2 \quad (28)$$

$$v_y^2 = 2gy \quad (29)$$

### ✓Check 等加速度直線運動

$$v = v_0 + at \quad (13)$$

$$x = v_0 t + (1/2) at^2 \quad (14)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad (15)$$

時刻  $t$  での物体の速さ  $v$  は、 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \rightarrow$  p. 26 式(9)に式(25), (27)を代入して、次式で表される。

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \quad (30)$$

また、式(26), (28)から  $t$  を消去すると、次式が得られる。

$$y = (g/2v_0^2)x^2 \quad (31)$$

式(31)は、水平投射した物体の運動の軌跡を表す。

### ↑図 38 水平投射の位置と速度

問 25 地上からの高さが 19.6 m の点 0 から、水平方向に 14.7 m/s の初速度で小石を投げ出した。この時刻を 0、重力加速度の大きさを 9.8 m/s<sup>2</sup> として、次の問いに答えよ。

- (1) 小石が地面に達する時刻  $t_1$  を求めよ。
- (2) 投げ出した点から着地点までの水平距離  $L$  を求めよ。

### B 斜方投射

物体を斜め上向きに投げ出すことを**斜方投射**という。

図 39 は、水平方向から角  $\theta$  だけ斜め上向き(この角  $\theta$  を仰角という)に初速度の大きさ  $v_0$  で斜方投射した物体と、それと同時に鉛直上向きに投げ上げた物体のストロボ写真である。ただし、それぞれの鉛直方向の初速度は同じである。

斜方投射した物体の運動を水平方向と鉛直方向に分解してみると、物体は**水平方向には等速度運動**をし、**鉛直方向には鉛直投げ上げ(初速度が鉛直上向きで、加速度が鉛直下向きに大きさ  $g$  の等加速度運動)と同じ運動**をしていることがわかる。

### ↑図 39 斜方投射した物体と同時に鉛直投げ上げた物体のストロボ写真

#### 1 斜方投射の式

図 40(a)のように、物体を水平方向から角  $\theta$  だけ斜め上向きに初速度の大きさ  $v_0$  で投げ出したときの運動を考える。物体を投げ出した位置を原点 0 として、初速度の水平成分の向きに  $x$  軸、鉛直上向きに  $y$  軸をとる。このとき、初速度の  $x$  軸、 $y$  軸方向の成分はそれぞれ

$v_0 \cos \theta$ ,  $v_0 \sin \theta$  である。物体を投げ出した時刻を  $t=0$  として、時刻  $t$  における物体の位置  $P$  の座標を  $(x, y)$ , 速度  $\vec{v}$  の  $x, y$  成分を  $v_x, v_y$  とする。

#### ↑ 図 40 斜方投射の位置と速度

物体は  $x$  軸方向には正の向きに速さ  $v_0 \cos \theta$  の等速度運動をするので、次式が成り立つ。

$$v_x = v_0 \cos \theta \quad (32)$$

$$x = v_0 \cos \theta \cdot t \quad (33)$$

また、 $y$  軸方向には初速度が  $v_0 \sin \theta$ , 加速度が  $-g$  の等加速度運動をするので、等加速度直線運動の式より、次式が得られる。

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt \quad (34)$$

$$y = v_0 \sin \theta \cdot t - (1/2)gt^2 \quad (35)$$

$$v_y^2 - (v_0 \sin \theta)^2 = -2gy \quad (36)$$

式(33), (35)から  $t$  を消去すると、次式が得られる。

$$y = \tan \theta \cdot x - (g/2(v_0 \cos \theta)^2) x^2 \quad (37)$$

式(37)より、斜方投射された物体の軌跡も放物線になることがわかる。

また、時刻  $t$  における物体の速さ  $v$  は、 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \rightarrow$  p. 26 式(9)より得られる。

#### ✓ Check 等加速度直線運動

初速度  $v_0$ , 加速度  $a$  の等加速度直線運動で、時刻  $t$  での速度を  $v$ , 位置を  $x$  とすると、

$$v = v_0 + at \quad (13)$$

$$x = v_0 t + (1/2)at^2 \quad (14)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad (15)$$

問 26 図のように、仰角  $60^\circ$  の向きに初速度の大きさ  $19.6 \text{ m/s}$  で小物体を投げ出した。重力加速度の大きさを  $9.8 \text{ m/s}^2$  として、次の問いに答えよ。

- (1) 投げ出してから  $0.50 \text{ s}$  後の小物体の速度の  $x$  成分,  $y$  成分をそれぞれ求めよ。
- (2) 投げ出してから  $2.0 \text{ s}$  後の小物体の位置  $(x, y)$  を求めよ。

#### 例題⑥ 斜方投射

右の図のように、地上の点  $O$  から仰角  $\theta$  の向きに初速度の大きさ  $v_0$  で小物体を投げ出した。

小物体を投げ出した時刻を 0, 重力加速度の大きさを  $g$  として, 次の問いに答えよ。

- (1) 小物体が放物運動の最高点に達する時刻  $t_1$  と最高点の高さ  $H$  を求めよ。
- (2) 小物体を投げ出した地点 0 から落下点までの水平距離  $D$  を求めよ。
- (3) 初速度の大きさを一定にして仰角  $\theta$  を変えて投げ出したとき, 小物体が最も遠くに落下するときの仰角  $\theta$  を求めよ。

**解** (1) 小物体が最高点に達したとき, 速度の  $y$  成分は 0 となるので,

$$「v_y = v_0 \sin \theta - gt」より, 0 = v_0 \sin \theta - gt_1 \quad \text{よって, } t_1 = \underline{(v_0 \sin \theta) / g}$$

したがって, 「 $y = v_0 \sin \theta \cdot t - (1/2)gt^2$ 」より,

$$H = v_0 \sin \theta \cdot t_1 - (1/2)gt_1^2 = \underline{(v_0^2 \sin^2 \theta) / (2g)}$$

(2) 小物体が地面に達したとき,  $y=0$  となるから, この時刻を  $t_2$  とすると,

$$「y = v_0 \sin \theta \cdot t - (1/2)gt^2」より,$$

$$0 = v_0 \sin \theta \cdot t_2 - (1/2)gt_2^2 \quad \text{ここで } t_2 \neq 0 \text{ より, } t_2 = (2v_0 \sin \theta) / g (= 2t_1)$$

$$「x = v_0 \cos \theta \cdot t」より, D = v_0 \cos \theta \cdot t_2 = v_0 \cos \theta \cdot (2v_0 \sin \theta) / g = \underline{(v_0^2 \sin 2\theta) / g} \textcircled{1}$$

(3)  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  の範囲で,  $0 \leq \sin 2\theta \leq 1$  であるから, (2)で求めた  $D$  が最大になるのは  $\sin 2\theta = 1$  のとき, つまり  $2\theta = 90^\circ$ , よって,  $\theta = \underline{45^\circ}$

### つながる指針

水平方向には等速度運動, 鉛直方向には鉛直投げ上げと同じ運動をする。また, 最高点に達したとき, 速度の鉛直方向の成分は 0, 地面に落下したとき  $y=0$  である。

**類題⑥** 右の図のように, 点 0 から仰角  $30^\circ$ , 初速度の大きさ  $19.6 \text{ m/s}$  で小石を投げた。ただし, 重力加速度の大きさを  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。

- (1) 小石が放物運動の最高点の高さに達するのは, 小石を投げてから何  $s$  後か。
- (2) 小石が点 0 から  $39.2 \text{ m}$  下の地面に着地するのは, 小石を投げてから何  $s$  後か。
- (3) 点 0 から小石の着地点までの水平距離  $L$  は何  $m$  か。また, 着地する直前の速さは何  $m/s$  か。

①三角関数の公式  $\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$  (2倍角の公式)を用いた(→p. 280)。

## 2 重力加速度と重力

空気抵抗が無視できるとき, 質量  $m$  の物体にはたらく力は, 鉛直下向きに大きさ  $mg$  の重力  $\vec{mg}$ のみである。このとき物体の加速度を  $\vec{a}$  とすると, 運動方程式より,

$$\vec{ma} = \vec{mg} \quad \text{したがって, } \vec{a} = \vec{g} \quad (38)$$

となる。つまり, 物体に重力のみがはたらいているとき, どのような初速度で運動を始めても, 物体の加速度は質量や速度によらず常に一定で, 鉛直下向きに大きさ  $g$  であること

がわかる。このことから、 $\vec{g}$ を重力加速度という。

#### ↑図 41 重力と重力加速度

##### 実験 2 2 球の空中衝突

**目的** 球 A を球 B に向けて打ち出すのと同時に B を自由落下させたとき、2 つの球がどのような運動をするかを確認する。

**準備** 空中衝突実験器(筒に入った A を B に向かって打ち出すのと同時に、B が自由落下を始める装置で、このとき筒の先は B の位置に向けている。)

**予想** A の速度を適当に仮定して、2 つの球の 0.05 s ごとの位置を予想し、グラフに記入する。A の初速度の大きさは一定のまま、向きを変えたときについても、同様に 0.05 s ごとの位置を予想する。

**方法** ①空中衝突実験器で、A を B に向けて打ち出すのと同時に、B を自由落下させる。このとき、2 つの球が空中でどのような運動をするかを観察する。

②A を打ち出す角度を変えて、同様に 2 球の運動を観察する。

**考察** ① 実験結果は、初めの予想と一致したか。

② B から A を見ると、どのように見えるかを考えてみよう。

##### 第 6 節の振り返り

□投げ出した物体に重力だけがはたらくとき、軌道は放物線を描いて速度は刻々と変化する。この運動をどのように分解すれば、規則性を見いだせるだろうか。

□A を打ち出すと同時に B を自由落下させる実験 2 で、A を打ち出す角度や速さを変えても、2 球が必ず空中で衝突するのはなぜか説明してみよう。

## 章末問題

### 1 等速直線運動, 等加速度直線運動(→p. 18, 36)

エレベーターが1階から鉛直上向きに動き出した。初めの5.0 s間は大きさ $1.2 \text{ m/s}^2$ の一定の加速度で動き、次の10 s間は一定の速度で動いた。その後、6.0 s間は一定の加速度で減速して止まった。

- (1) エレベーターの速さの最大値はいくらか。
- (2) 最後の6.0 s間の加速度の大きさはいくらか。
- (3) 動き出してから止まるまでにエレベーターは何m上昇したか。

### 2 相対速度(→p. 29 例題2)

ある速度で池を進むボートがある。池に沿って東西方向の道路を東向きに $12.0 \text{ m/s}$ で進む自動車Aから見ると、ボートは北向きに進むように見えた。また、池に沿って南北方向の道路を南向きに $3.0 \text{ m/s}$ で進む自転車Bから見ると、ボートは北東の方向に進むように見えた。次の問いに答えよ。

- (1) Aから見た結果より、ボートの速度の東西方向の成分の大きさを求めよ。
- (2) (1)とBから見た結果より、ボートの速度の南北方向の成分の大きさを求めよ。
- (3) このボートの速さを求めよ。また、速度の向きが東西方向となす角を $\theta$ とし、 $\tan \theta$ の値を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta < 90^\circ$ とする。

### 3 落下運動(→p. 44, 48)

橋の上から小物体A<sup>①</sup>を自由落下させ、その1.0 s後に同じ位置から小物体Bを鉛直下向きに速さ $14.7 \text{ m/s}$ で投げおろしたところ、AとBは同時に水面に達した。重力加速度の大きさを $9.8 \text{ m/s}^2$ として、次の問いに答えよ。

- (1) Bを投げおろしてから水面に達するまでの時間は何sか。
- (2) Bを投げおろした時刻を $t=0 \text{ s}$ として、A, Bそれぞれの $v-t$ グラフを描け。

### 4 斜方投射(→p. 54 例題6)

右の図のように小球を放物運動させて、ちょうど最高点に達したときに、発射点から水平方向に距離 $L$ だけ前方にある高さが $H$ の台の上へのせたい。小球を打ち出す仰角 $\theta$ と初速度の大きさ $v_0$ をいくらにすればよいか、(1)~(5)にしたがって求めよ。ただし、重力加速度の大きさを $g$ とする。

- (1) 小球が運動し始めてから最高点に達するまでの時間を $v_0, \theta, g$ で表せ。
- (2) 最高点の高さが台の高さ $H$ に等しいとすることにより、 $H$ を $v_0, \theta, g$ で表せ。
- (3) (1)で求めた時間で水平方向に距離 $L$ だけ進むことから、 $L$ を $v_0, \theta, g$ で表せ。
- (4) (2)と(3)より、 $\tan \theta$ を $H, L$ で表せ。
- (5) このような条件を満たす初速度の大きさ $v_0$ を、 $H, L, g$ で表せ。

①物理では、大きさを無視することができる物体のことを小物体や小球のようにいうことがある。

## 思考力を鍛える

## 1 等加速度直線運動(→p. 36)

図のように、記録テープを貼りつけた力学台車を斜面上に置き、記録タイマーのスイッチを入れてから静かに手をはなす。記録タイマーは 1 s あたり 60 打点するものとする。これについて次の問いに答えよ。

(1) 下の図に示した記録テープの「基準」から 6 打点ごと(0.10 s ごと)に長さを測ると、表 1 のようになった。表 1 のデータをもとに、縦軸に瞬間の速さ  $v$ 、横軸に各区間での時刻の中央値  $t$  をとった  $v-t$  グラフを表すとき、このグラフの特徴として適切なものをすべて選べ。

- ① 原点を通る。
- ②  $t$  軸と平行になる。
- ③ 直線になる。

## ↑表 1

(2) (1)の  $v-t$  グラフから、この力学台車の運動についてどのようなことがわかるか。適切なものをすべて選べ。

- ① この力学台車の速度は時間の経過とともに大きくなる。
- ② この力学台車の加速度は時間の経過とともに大きくなる。
- ③ この力学台車にはたらく合力は時間の経過とともに大きくなる。
- ④ この力学台車にはたらく合力は時間が経過しても変わらない。

## 2 水平投射と自由落下(→p. 51)

水平面からの高さが  $H$  の点から、小球 A を速さ  $v_0$  で水平に投げ出した。それと同時に、A から水平に距離  $L$  だけ離れた高さ  $H$  の点から小球 B を自由落下させたところ、A と B は点 P で衝突した。重力加速度の大きさを  $g$  として、次の問いに答えよ。

- (1) 2 球が衝突するときの水平面からの高さ  $h$  を求めよ。
- (2) 2 球を空中で衝突させたい。そのために  $v_0$  が満たす条件を求めよ。
- (3) B から見た A はどのような運動をしているか、説明せよ。