

本書は、「整数の性質」の内容で構成し、授業の際の書き込み用ノートとして使用していただけるように編集しています。

各項目は4ページ構成で次のように内容を3段階に分けています。

(その1) **STEP ①** で基本事項をマスターする。

↓

(その2) **STEP ②** で標準的な学力を身につける。

↓

(その3) **STEP ③** で応用力、活用力を身につける。

STEP ① (2 ページ構成)

要点整理 各項目の学習のポイントをまとめたものです。基本事項の整理や問題演習のときの考え方として利用してください。

例 要点整理の内容を具体的に理解するための基本的な問題です。穴埋め形式になっています。

問 **例** で学習したことを確認するための問題です。まずはこのレベルまで理解できるようにしましょう。

STEP ② (1 ページ構成)

例題 代表的な問題を取り上げています。解答は示していませんので、まずはじっくりと考えて取り組んでください。

問題 **例題** の類題を取り上げています。

STEP ③ (1 ページ構成)

演習問題 各項目のまとめの問題です。これまでに学んだ内容の理解が深まり、活用力が身につきます。

研究 問題ではありませんが、派生する内容を取り上げています。余力がある場合に、じっくりと考えてみてください。

ポイント 要点とは違う観点のポイントを示しています。

本書は、学習する内容に応じて、次の演習時間を想定しています。授業時間数などの目安としてください。

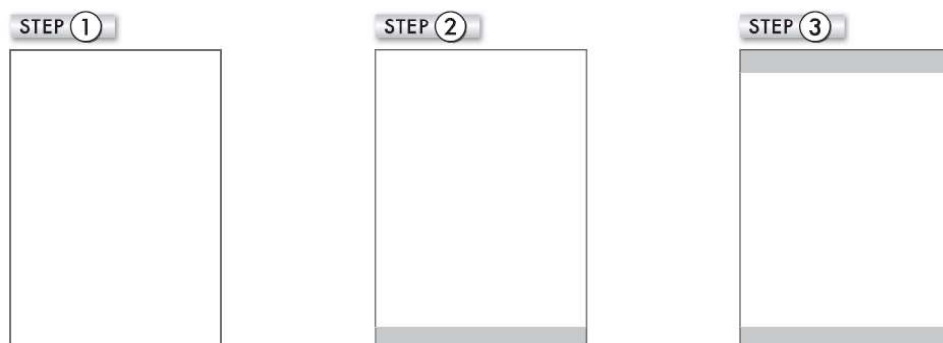
- (1) **STEP ①** : 標準学習時間 7～8 時間
 (2) **STEP ①** + **STEP ②** : 標準学習時間 9～12 時間
 (3) **STEP ①** + **STEP ②** + **STEP ③** : 標準学習時間 13～17 時間

「整数の性質」の基本的な内容をまずは一通り学習したい場合は、(1)の方法で学習してみてください。基本事項を掲載した **要点整理** と **例** + **問** の学習で内容の確認と演習ができます。

「整数の性質」の標準的な内容を学習するには、(2)の方法で取り組んでください。

(3)の方法なら、「整数の性質」に関しての深い学力が身につきます。ぜひ取り組んでみましょう。

(※ **STEP ②** はページ下部に、**STEP ③** はページの上部と下部にグレーの帯を入れています。)



目 次

1. 約数と倍数, 素因数分解	4	5. ユークリッドの互除法, 二元一次不定方程式	20
2. 最小公倍数と最大公約数, 互いに素な自然数の性質	8	6. 分数と小数, 部屋割り論法, n 進法	24
3. 整数の除法, 余りによる整数の分類	12	7. 節末問題②	28
4. 節末問題①	16	8. 【発展】 合同式	32
		略 解	36

STEP ①

要点整理

• 合同式

2つの整数 a, b を正の整数 m で割ったときの余りが等しいとき、 a と b は m を法として合同であるといい、次のように表す。

$$a \equiv b \pmod{m}$$

例 11 を 3 で割ったときの余りと、8 を 3 で割ったときの余りはともに 2 で等しいから、11 と 8 は 3 を法として合同であり、 $11 \equiv 8 \pmod{3}$ となる。また、5 を 3 で割ったときの余りも 2 であるから、 $8 \equiv 5 \pmod{3}$ となる。これらをあわせて、 $11 \equiv 8 \equiv 5 \pmod{3}$ と表す。

• 合同式の性質

a, b, c, d が整数、 m が正の整数で、

$a \equiv b \pmod{m}$ 、 $c \equiv d \pmod{m}$ のとき、

① $a+c \equiv b+d \pmod{m}$

② $a-c \equiv b-d \pmod{m}$

③ $ac \equiv bd \pmod{m}$

例 6 次の問いに答えよ。

(1) 5^{25} を 4 で割った余りを求めよ。

$$5 \equiv \boxed{} \pmod{4} \text{ より,}$$

$$5^{25} \equiv \boxed{}^{25} = \boxed{} \pmod{4}$$

よって、 5^{25} を 4 で割った余りは $\boxed{}$

(2) 2^{12} を 5 で割った余りを求めよ。

$$2^3 = 8 \equiv \boxed{} \pmod{5} \text{ より,}$$

$$2^{12} = (2^3)^4 \equiv \boxed{}^4 = \boxed{} \equiv \boxed{} \pmod{5}$$

よって、 2^{12} を 5 で割った余りは $\boxed{}$

(3) 3^{30} を 5 で割った余りを求めよ。

$$3^3 = 27 \equiv \boxed{} \pmod{5} \text{ より,}$$

$$3^{30} = (3^3)^{10} \equiv \boxed{}^{10}$$

$$2^5 = 32 \equiv \boxed{} \pmod{5} \text{ だから,}$$

$$2^{10} = (2^5)^2 \equiv \boxed{}^2 = \boxed{} \pmod{5}$$

よって、 3^{30} を 5 で割った余りは $\boxed{}$

問 6 次の問いに答えよ。

(1) 6^{50} を 4 で割った余りを求めよ。

(2) 8^{88} を 3 で割った余りを求めよ。

(3) 9^{120} を 7 で割った余りを求めよ。

STEP ②

例題 6

 20^{100} を 7 で割った余りを求めよ。

問題 6

 5^{100} を 11 で割った余りを求めよ。

STEP 3

演習問題 6

次の問いに答えよ。

- (1) 21^{2012} を 13 で割った余りを求めよ。
- (2) m, n は 6 で割ったときの余りがそれぞれ 5, 4 となる整数である。 mn を 6 で割ったときの余りを合同式を使って求めよ。
- (3) 32 ページの要点整理「合同式の性質②」を証明せよ。
- (4) n を整数とすると、 n^3 を 4 で割ったときの余りは 0, 1, 3 のいずれかであることを、合同式を用いて証明せよ。

✔ ポイント

- (3) 整数 k, l を用いて、 $a-b=km$, $c-d=lm$ と表すことができる。

研究

- (1) 合同式を使って、いろいろな数の累乗をいろいろな数で割った余りを求めてみましょう。