

新編 数学 I

第2章 「2次関数」

第2節 2次関数の最大・最小

1 2次関数の最大・最小

1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.69)

定義域に制限がある場合の最大値・最小値



グラフを動かそう

定義域に制限がある場合の2次関数の最大値、最小値を、グラフをかいて考えてみよう。

例題

5

関数 $y = x^2 - 4x - 2$ について、次の定義域にある最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

(1) $0 \leq x \leq 5$

(2) $-1 \leq x \leq 1$

考え方

定義域に軸を示す x の値が含まれているかどうか注目する。

1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.69)

例題

5

関数 $y = x^2 - 4x - 2$ について、次の定義域にある最大値と最小値を求めよ。

また、そのときの x の値を求めよ。

(1) $0 \leq x \leq 5$



グラフを動かそう

解

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x - 2 \\ &= (x - 2)^2 - 6 \end{aligned}$$

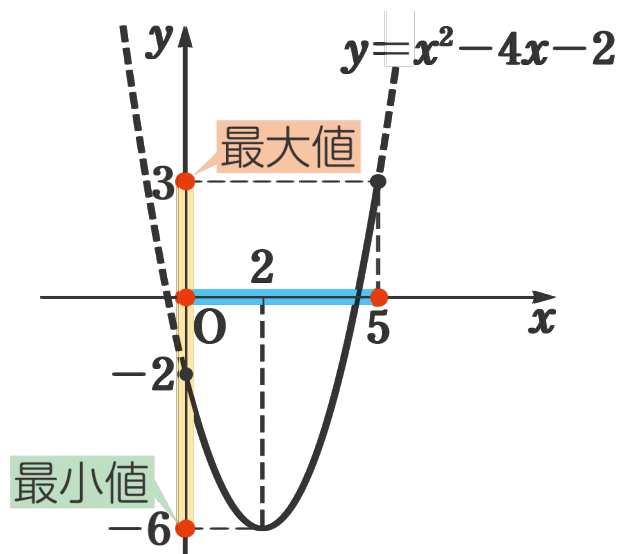
(1) $0 \leq x \leq 5$ のとき、グラフは
右の図の実線部分になる。

よって、

$x = 5$ のとき、最大値 3

$x = 2$ のとき、最小値 -6

をとる。



1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.69)

例題

5

関数 $y = x^2 - 4x - 2$ について、次の定義域にある最大値と最小値を求めよ。

また、そのときの x の値を求めよ。

(2) $-1 \leq x \leq 1$



グラフを動かそう

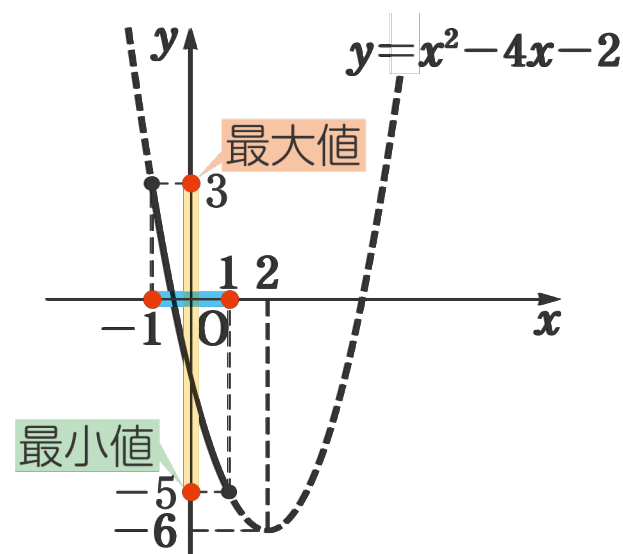
解

(2) $-1 \leq x \leq 1$ のとき、グラフは
右の図の実線部分になる。

よって、

$x = -1$ のとき、最大値 3

$x = 1$ のとき、最小値 -5
をとる。



1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.69)

練習

5

関数 $y = -x^2 + 4x + 2$ について、次の定義域にある最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

(1) $-2 \leq x \leq 3$

(2) $4 \leq x \leq 6$

解

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 2 \\ &= -(x^2 - 4x) + 2 \\ &= -\{(x - 2)^2 - 2^2\} + 2 \\ &= -(x - 2)^2 + 6 \end{aligned}$$

1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.69)

練習

5

関数 $y = -x^2 + 4x + 2$ について、次の定義域にある最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

(1) $-2 \leq x \leq 3$

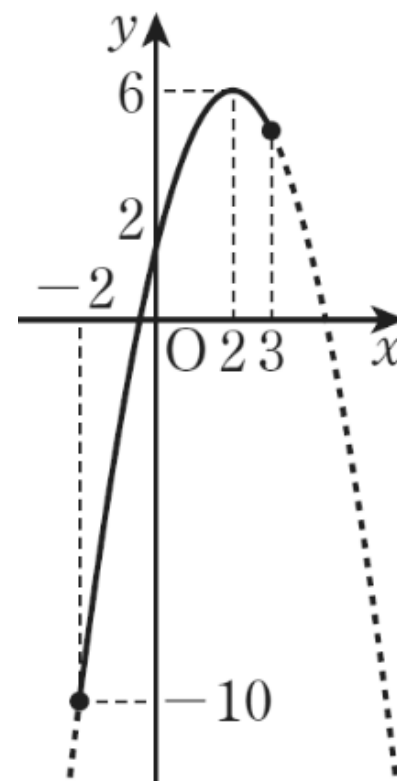
解

(1) $-2 \leq x \leq 3$ のとき、グラフは
右の図の実線部分になる。

よって、

$x = 2$ のとき、最大値 6

$x = -2$ のとき、最小値 -10



1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.69)

練習

5

関数 $y = -x^2 + 4x + 2$ について、次の定義域にある最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

(2) $4 \leq x \leq 6$

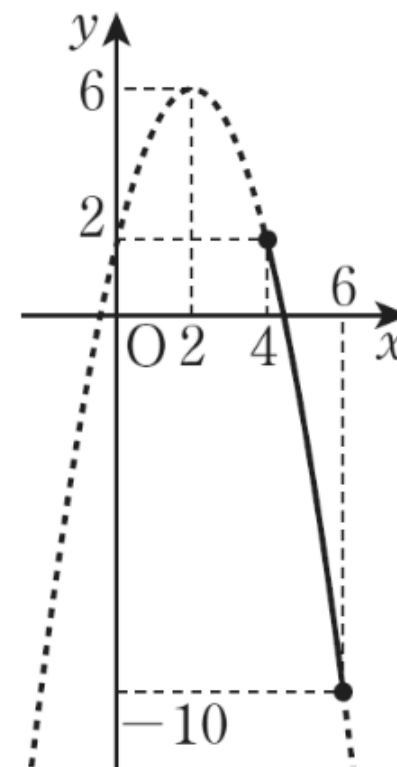
解

(2) $4 \leq x \leq 6$ のとき、グラフは
右の図の実線部分になる。

よって、

$x = 4$ のとき、最大値 2

$x = 6$ のとき、最小値 -10



1 2次関数の最大・最小

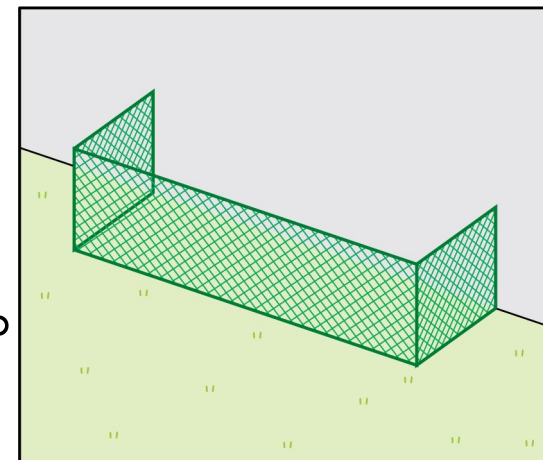
内容解説資料
(教科書 p.70)

例題

6

最大・最小の利用

長さが 20 m のフェンスがある。
これを図のように両端から同じ長さだけ
90° 折り曲げ、壁を利用して広場を作る。
広場を表す図形の面積を最大にするに
は、両端から何 m だけ折り曲げればよいか。
また、そのときの図形の面積を求めよ。



考え方

折り曲げる長さを x cm として、 x を用いて図形の面積を表す。また、 x は長さを表しているので、 x の値の範囲に注意する。

1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.70)

例題

6

長さが 20 m のフェンスがある。これを図のように両端から同じ長さだけ 90° 折り曲げ、壁を利用して広場を作る。広場を表す図形の面積を最大にするには、両端から何 m だけ折り曲げればよいか。また、そのときの図形の面積を求めよ。

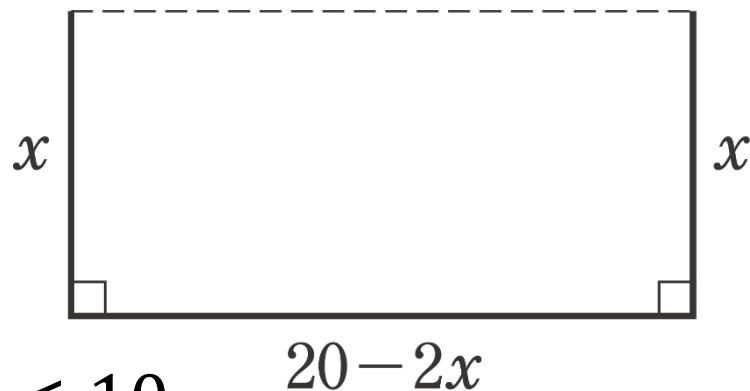
解

フェンスの両端から折り曲げる長さを x m とすると、正面の幅は $(20 - 2x)$ m となる。

$x > 0$, $20 - 2x > 0$ より, $0 < x < 10$

図形の面積を y m² とすると,

$$\begin{aligned} y &= x(20 - 2x) = -2x^2 + 20x \\ &= -2(x^2 - 10x) \\ &= -2\{(x - 5)^2 - 5^2\} \\ &= -2(x - 5)^2 + 50 \end{aligned}$$



1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.70)

例題

6

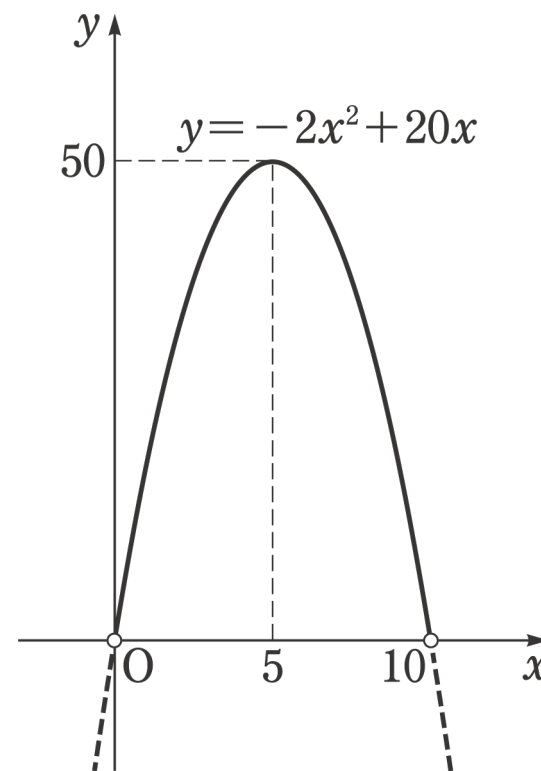
長さが 20 m のフェンスがある。これを図のように両端から同じ長さだけ 90° 折り曲げ、壁を利用して広場を作る。広場を表す図形の面積を最大にするには、両端から何 m だけ折り曲げればよいか。また、そのときの図形の面積を求めよ。

解

この関数のグラフは、右の図の実線部分となるから、

y は $x = 5$ のとき、最大値 50 をとる。

よって、両端から 5 m だけ折り曲げればよく、そのときの図形の面積は 50 m^2 である。



1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.70)

練習

6

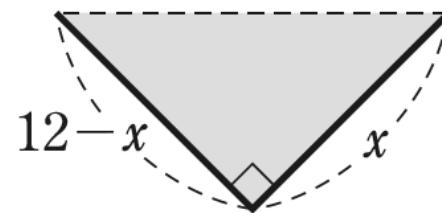
直角をはさむ 2 辺の長さの和が 12 cm の直角三角形において、その面積が最大になるのは、2 辺の長さがそれぞれ何 cm のときか。また、そのときの直角三角形の面積を求めよ。

解

直角をはさむ 1 辺の長さを x cm とすると、他の 1 辺の長さは $(12 - x)$ cm となる。

$x > 0$, $12 - x > 0$ より、

$$0 < x < 12$$



1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.70)

練習

6

直角をはさむ 2 辺の長さの和が 12 cm の直角三角形において、その面積が最大になるのは、2 辺の長さがそれぞれ何cmのときか。また、そのときの直角三角形の面積を求めよ。

解

この三角形の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} x(12 - x) \\ &= -\frac{1}{2} (x^2 - 12x) \\ &= -\frac{1}{2} \{(x - 6)^2 - 36\} \\ &= -\frac{1}{2} (x - 6)^2 + 18 \end{aligned}$$

1 2次関数の最大・最小

内容解説資料
(教科書 p.70)

練習

6

直角をはさむ2辺の長さの和が12 cmの直角三角形において、その面積が最大になるのは、2辺の長さがそれぞれ何cmのときか。また、そのときの直角三角形の面積を求めよ。

解

この関数のグラフは、右の図の実線部分になるから、

y は $x = 6$ のとき最大値 18 をとる。

よって、面積が最大になるのは、直角をはさむ2辺の長さがそれぞれ 6 cmである直角二等辺三角形で、その面積は 18 cm^2 である。

