爽解　数学Ⅰ

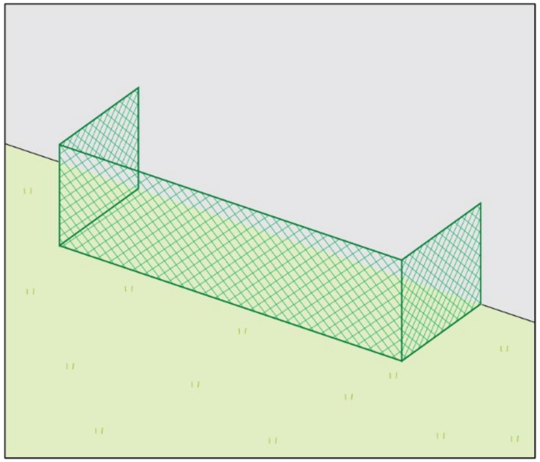
第2章 「2次関数」

第2節　2次関数の最大･最小

2　2次関数の最大･最小の利用

２　２次関数の最大･最小の利用

例題
10



長さが 20 mのフェンスがある。これを図のように両端から同じ長さだけ 90° 折り曲げ，壁を利用して囲いを作る。囲っている地面の面積を最大にするには，両端から何mだけ折り曲げればよいか。
また，そのときの囲っている地面の面積を求めよ。

考え方

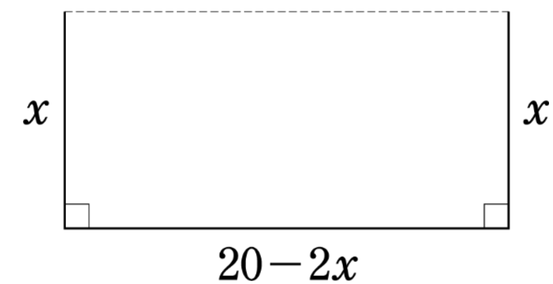
折り曲げる長さを x mとして，x を用いて囲っている地面の面積を表す。また，そのときの x の値の範囲に注意する。

２　２次関数の最大･最小の利用

例題 10

長さが 20 mのフェンスがある。これを図のように両端から同じ長さだけ 90° 折り曲げ，壁を利用して囲いを作る。囲っている地面の面積を最大にするには，両端から何mだけ折り曲げればよいか。
また，そのときの囲っている地面の面積を求めよ。

解　答



フェンスの両端から折り曲げる長さを x mとすると，正面の幅は $x(20-2x)$ mとなる。

$x>0$，$20-2x>0$ より，$0<x<10$

囲っている地面の面積を y m²とすると，

$$
\begin{aligned}
y &= x(20-2x) = -2x^2+20x \\
&= -2(x^2-10x) \\
&= -2\{(x-5)^2-5^2\} \\
&= -2(x-5)^2+50
\end{aligned}
$$

２　２次関数の最大・最小の利用

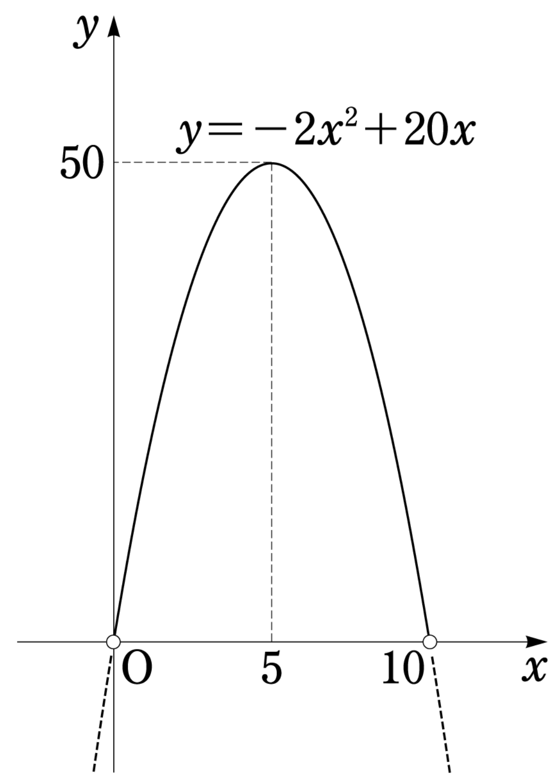
内容解説資料
（教科書 p.80）

例題
10

長さが 20 mのフェンスがある。これを図のように両端から同じ長さだけ 90° 折り曲げ，壁を利用して囲いを作る。囲っている地面の面積を最大にするには，両端から何mだけ折り曲げればよいか。
また，そのときの囲っている地面の面積を求めよ。

解　答

この関数のグラフは，右の図の実線部分となるから，y は $x=5$ のとき，最大値 50 をとる。
よって，両端から 5 mだけ折り曲げればよく，そのときに囲っている地面の面積は 50 m^2である。



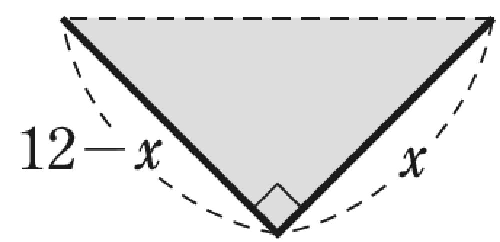
２　２次関数の最大・最小の利用

問 21

直角をはさむ 2 辺の長さの和が 12 cmの直角三角形において，その面積が最大になるのは，2 辺の長さがそれぞれ何cmのときか。
また，そのときの直角三角形の面積を求めよ。

解　答

直角をはさむ 1 辺の長さを x cmとすると，
他の 1 辺の長さは$(12-x)$ cmとなる。



$x>0$，$12-x>0$ より，

$$0<x<12$$

２　２次関数の最大･最小の利用

内容解説資料
（教科書 p.80）

問 21　直角をはさむ 2 辺の長さの和が 12 cmの直角三角形において，その面積が最大になるのは，2 辺の長さがそれぞれ何cmのときか。また，そのときの直角三角形の面積を求めよ。

解　答

この三角形の面積を y cm^{2}とすると，

$$
\begin{aligned}
y &= \frac{1}{2}x(12-x) \\
&= -\frac{1}{2}(x^2-12x) \\
&= -\frac{1}{2}\{(x-6)^2-36\} \\
&= -\frac{1}{2}(x-6)^2+18
\end{aligned}
$$

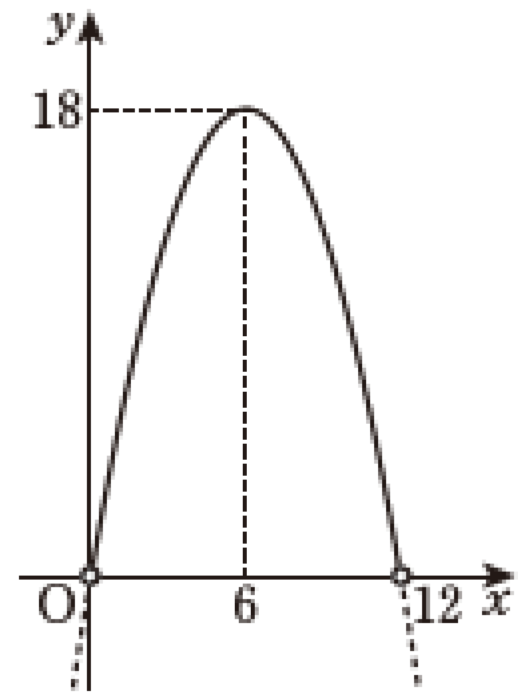
２　２次関数の最大･最小の利用

（教科書 p.80）

問 21　直角をはさむ 2 辺の長さの和が 12 cmの直角三角形において，その面積が最大になるのは，2 辺の長さがそれぞれ何cmのときか。また，そのときの直角三角形の面積を求めよ。

解　答

この関数のグラフは，右上の図の実線部分となるから，y は $x = 6$ のとき最大値 18 をとる。
よって，面積が最大になるのは，直角をはさむ 2 辺の長さがそれぞれ 6 cmである直角二等辺三角形で，その面積は 18 cm^{2}である。



研究 定義域が変化するときの関数の最大・最小

内容解説資料 （教科書 p.81）

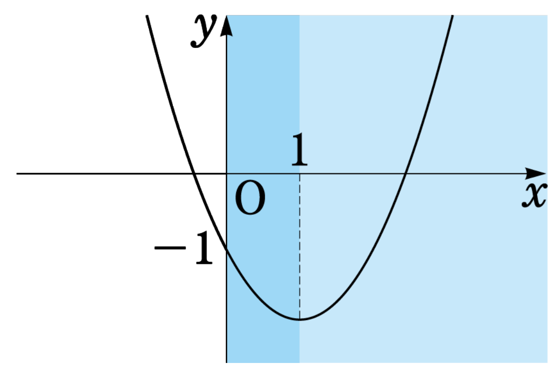
例題 1

定義域が変化するときの最大値，最小値を観察しよう

a を正の数とするとき，関数 $y=x^2-2x-1$ $(0 \leqq x \leqq a)$ の最小値を求めよ。
また，そのときの x の値を求めよ。

考え方

関数 $y=x^2-2x-1$ のグラフをかき，a の値によって最小値がどのように変わるかを考えると，頂点の x 座標が定義域外にある場合と定義域内にある場合に分けて考えればよいことがわかる。



定義域が変化するときの関数の最大・最小

内容解説資料

（教科書 p.81）

例題 1

a を正の数とするとき，関数 $y = x^2 - 2x - 1$ $(0 \leqq x \leqq a)$ の最小値を求めよ。
また，そのときの x の値を求めよ。

定義域が変化するときの最大値，最小値を観察しよう

解答

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$$

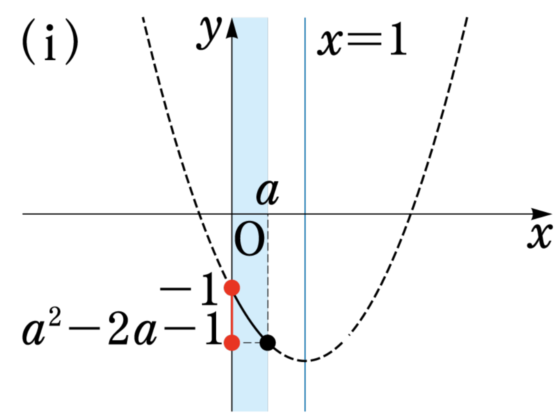
より，この関数のグラフは下に凸の放物線で，軸は直線 $x = 1$ である。

（ｉ） 頂点の x 座標が定義域外にある場合

このとき，$0 < a < 1$ である。

この関数のグラフは右のようになり，

$x = a$ で最小値 $a^2 - 2a - 1$ をとる。



定義域が変化するときの関数の最大・最小

内容解説資料

（教科書 p.81）

例題 1

a を正の数とするとき，関数 $y = x^2 - 2x - 1$ $(0 \leqq x \leqq a)$ の最小値を求めよ。
また，そのときの x の値を求めよ。

定義域が変化するときの最大値，最小値を観察しよう

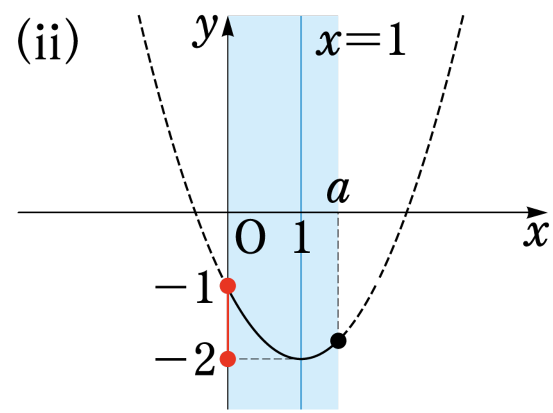
解 答

（ii） 頂点の x 座標が定義域内にある場合

このとき，$a \geqq 1$ である。

この関数のグラフは右のようになり，

$x = 1$ で最小値 -2 をとる。



定義域が変化するときの関数の最大・最小

例題 1

a を正の数とするとき，関数 $y=x^2-2x-1\ (0 \leqq x \leqq a)$ の最小値を求めよ。
また，そのときの x の値を求めよ。

定義域が変化するときの最大値，最小値を観察しよう

解　答

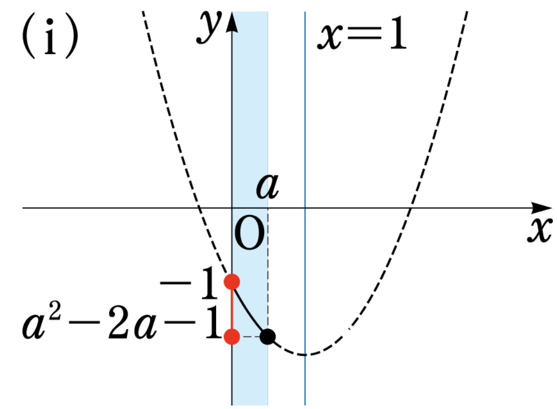
よって，次のようになる。

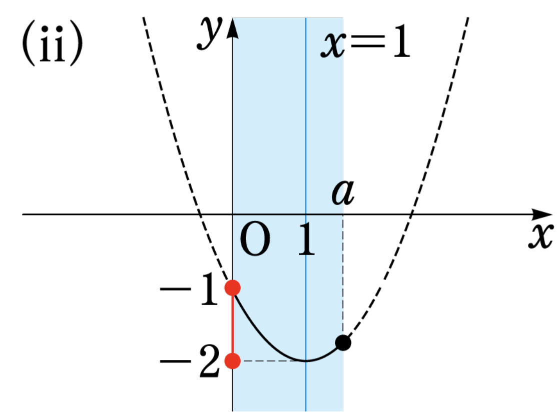
$0<a<1$ のとき，

$x=a$ で最小値 a^2-2a-1

$a \geqq 1$ のとき，

$x=1$ で最小値 -2





研究　定義域が変化するときの関数の最大・最小

内容解説資料

（教科書 p.81）

問題1

a を正の数とするとき，関数 $y=-2x^2+2x$ $(0 \leqq x \leqq a)$ の最大値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

解　答

$$
\begin{aligned}
y &= -2x^2+2x \\
&= -2(x^2-x) \\
&= -2\left\{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\} \\
&= -2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

研究　定義域が変化するときの関数の最大・最小

問題1

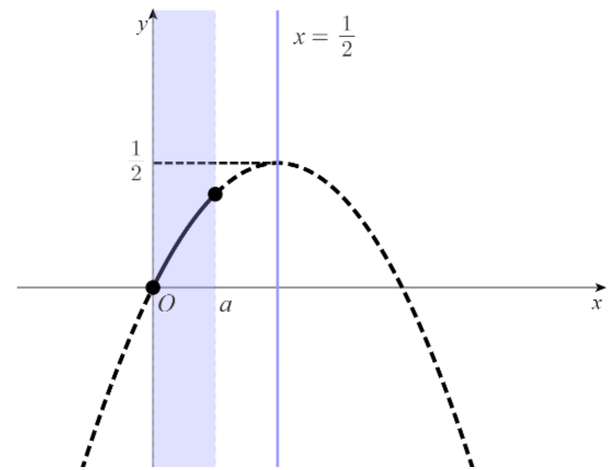
a を正の数とするとき，関数 $y=-2x^2+2x$ $(0 \leqq x \leqq a)$ の最大値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

解　答

（ｉ）定義域が軸を含まない場合

このとき，$0<a<\dfrac{1}{2}$ である。

$x=a$ で最大値 $-2a^2+2a$ をとる。



（ii）定義域が軸を含む場合

このとき，$a \geqq \dfrac{1}{2}$ である。

$x=\dfrac{1}{2}$ で最大値 $\dfrac{1}{2}$ をとる。