

【補集合について理解しよう】

$U = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ 以下の正の整数}\}$ を全体集合とする。 U の部分集合

$$A = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ の正の約数}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の正の約数}\}$$

について、次の問いに答えなさい。

- (1) $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$ を求めなさい。
- (2) Kさんは、 $\overline{A \cap B}$ を求めるのに、 $A \cup B$ をはじめに求めました。
Kさんの求め方を説明しなさい。
- (3) $\overline{A \cup B}$ について、 $\overline{A}$ と $\overline{B}$ をはじめに求める方法と、 $A \cap B$ をはじめに求める方法を比較して、
気づいたことや考えたことを書きなさい。

解答

$$(1) A = \{1, 2, 5, 10\}, \overline{A} = \{3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, \overline{B} = \{5, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

よって、

$$\overline{A \cap B} = \{7, 8, 9, 11\}, \overline{A \cup B} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

- (2) ド・モルガンの法則により、 $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$ が成り立つので、
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12\}$ をはじめに求めてから、
その補集合 $\overline{A \cup B} = \{7, 8, 9, 11\}$ を求めた。

(3) 【解答例】

$\overline{A}$ と $\overline{B}$ をはじめに求める方法は、 A と B のそれぞれの補集合を求めてから、和集合を考えなければならないので、考える要素の個数が多く、 $\overline{A \cup B}$ に属する要素を注意深く見つけていく必要がある。

それに対して、 $A \cap B$ をはじめに求める方法は、 $A \cap B$ の要素の個数が少ないので、

ド・モルガンの法則を用いることによって、 $\overline{A \cup B}$ を少ない手順で求めることができる。

※集合とその補集合の考え方については、高校数学の他の単元でも必要となるものであるが、生徒が苦手
に思う部分でもある。いろいろな視点から集合を求めることで生徒の理解を深めたい。

場合の数と確率 「場合の数」

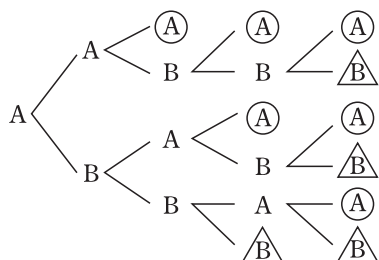
解答シート

年 組 番 氏名

【起こり得る場合をもれなく数えよう】

A, B の2チームで試合を行い、先に3回勝った方を優勝とする。
ただし、この試合で引き分けはなく、優勝が決まればそれ以降の試合は行わない。
このとき、優勝の決まり方は何通りあるかという問題を次のように考えましたが、
この解答には誤りがあります。誤りを指摘して、正しく直しなさい。

優勝が決まるまでの試合結果をかき上げると、次のようになる。



ⒶはAの優勝が決まり、ⒶはBの優勝が決まることを表している。

この図から、

Aが優勝するのは、6通り

Bが優勝するのは、4通り

であるから、優勝の決まり方は、 $6+4=10$ (通り)

解答

この樹形図は、1試合目にAが勝った場合の樹形図であるので、
1試合目にBが勝った場合については考えられていない。
1試合目にBが勝った場合の樹形図を考えると、
Bが優勝するのは6通り、Aが優勝するのは4通りとなる。
よって、Aが優勝するのは10通り、Bが優勝するのも10通りとなり、
優勝の決まり方は20通りである。

※もれなく数え上げるという考え方は、場合の数、確率の単元では基本となるとともに重要な考え方である。学習を進めていくと、順列や組合せなど、幅広い知識を身につけていくが、基本は、数え上げであることを生徒には意識させたい。