

【掛ける組み合わせを工夫しよう】

$(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)$ …… (※) の式について、次の問いに答えなさい。

- (1) 前から順に計算展開する方法で、(※)の式を展開しなさい。
- (2) $(x-1)(x-2)$, $(x+1)(x+2)$ を先に展開してから、(※)の式を展開しなさい。
- (3) $(x-1)(x+1)$, $(x-2)(x+2)$ を先に展開してから、(※)の式を展開しなさい。
- (4) $(x-1)(x+2)$, $(x-2)(x+1)$ を先に展開してから、(※)の式を展開しなさい。
- (5) (1)~(4)の方法を比較して、どの展開の方法がよいと思いますか。

また、そのように考えた理由を書きなさい。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (\text{与式}) &= (x^2 - 3x + 2)(x+1)(x+2) \\
 &= (x^3 + x^2 - 3x^2 - 3x + 2x + 2)(x+2) \\
 &= (x^3 - 2x^2 - x + 2)(x+2) \\
 &= x^4 + 2x^3 - 2x^3 - 4x^2 - x^2 - 2x + 2x + 4 \\
 &= x^4 - 5x^2 + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (\text{与式}) &= (x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2) \\
 &= \{(x^2 + 2) - 3x\}\{(x^2 + 2) + 3x\} \\
 &= (x^2 + 2)^2 - 9x^2 \\
 &= x^4 + 4x^2 + 4 - 9x^2 \\
 &= x^4 - 5x^2 + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad (\text{与式}) &= (x-1)(x+1)(x-2)(x+2) \\
 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\
 &= x^4 - 5x^2 + 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad (\text{与式}) &= (x^2 + x - 2)(x^2 - x - 2) \\
 &= (x^2 - 2)2 - x^2 \\
 &= x^4 - 4x^2 + 4 - x^2 \\
 &= x^4 - 5x^2 + 4
 \end{aligned}$$

(5) 【解答例】

(3)の方法がよい。

理由：(1), (2), (4)の方法は、展開が3回必要であるが、(3)は2回展開すれば展開が完了するので、より素早く、ミスなく展開できると思ったから。

※多項式の展開は、どのような方法で行ってもよいが、より早く正確にできる計算の工夫することの重要性を生徒に意識させたい。

解答シート

年 組 番 氏名

【着目する文字による式変形の過程の違いを捉えよう】

$2x^2 + xy - y^2 + 4x + y + 2$ の式について、次の問いに答えなさい。

- (1) x について整理し、因数分解しなさい。
- (2) y について整理し、因数分解しなさい。
- (3) (1), (2)の方法を比較して、どちらの因数分解の方法がよいと思いますか。

また、そのように考えた理由を書きなさい。

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (\text{与式}) &= 2x^2 + (y+4)x - (y^2 - y - 2) \\
 &= 2x^2 + (y+4)x - (y+1)(y-2) \\
 &= \{x + (y+1)\}\{2x + (-y+2)\} \\
 &= (x+y+1)(2x-y+2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 2 & & -(y+1)(y-2) \\
 1 & \times & y+1 \rightarrow 2y+2 \\
 2 & \times & -(y-2) \rightarrow \frac{-y+2}{y+4}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (\text{与式}) &= -y^2 + (x+1)y + 2x^2 + 4x + 2 \\
 &= -y^2 + (x+1)y + 2(x^2 + 2x + 1) \\
 &= -y^2 + (x+1)y + 2(x+1)^2 \\
 &= -\{y^2 - (x+1)y - 2(x+1)^2\} \\
 &= -\{y + (x+1)\}\{y - 2(x+1)\} \\
 &= -(y+x+1)(y-2x-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 1 & & -2(x+1)^2 \\
 1 & \times & x+1 \rightarrow x+1 \\
 1 & \times & -2(x+1) \rightarrow \frac{-2(x+1)}{-(x+1)}
 \end{array}$$

(3) 【解答例①】

(1)の方法がよい。

理由：2乗の係数が正となる方法で整理する方が、因数分解したときの x の係数が見つけやすいと思ったから。

【解答例②】

(2)の方法がよい。

理由：「－(マイナス)」をくくり出すことで、 y^2 の係数を1にして考えることができると思ったから。

※(3)の解答例は①も②もどちらにもよさがある。このようにどちらが正しいというわけではなく、なぜその方法を選んだかを生徒自身が説明できることが重要となる。